

Contrôle, stabilisation et EDP

Rapport sur les contributions

ID de Contribution: 1

Type: **Non spécifié**

Approximate control of parabolic equations with on-off shape controls by Fenchel duality

lundi 19 juin 2023 14:30 (1 heure)

We consider the internal control of linear parabolic equations through on-off shape controls, i.e., controls of the form $M(t)\chi_{\omega(t)}$ with $M(t) \geq 0$ and $\omega(t)$ with a prescribed maximal measure.

We establish small-time approximate controllability towards all possible final states allowed by the comparison principle with nonnegative controls. We manage to build controls with constant amplitude $M(t) \equiv M$. In contrast, if the moving control set $\omega(t)$ is confined to evolve in some region of the whole domain, we prove that approximate controllability fails to hold for small times.

The method of proof is constructive. Using Fenchel-Rockafellar duality and the bathtub principle, the on-off shape control is obtained as the bang-bang solution of an optimal control problem, which we design by relaxing the constraints.

Our optimal control approach is outlined in a rather general form for linear constrained control problems, paving the way for generalisations and applications to other PDEs and constraints.

This is a work with Camille Pouchol and Christophe Zhang.

Orateur: TRÉLAT, Emmanuel (Sorbonne Université)

ID de Contribution: 2

Type: **Non spécifié**

Quelques résultats de stabilité avec amortissement échantillonné ou retard dépendant du temps

mercredi 21 juin 2023 09:30 (1 heure)

L'objet de la 1ère partie de cet exposé est de présenter une analyse de la stabilisation de l'équation des ondes multidimensionnelle sous une loi d'échantillonnage de la boucle de commande frontière de manière à ne mettre à jour le contrôle frontière du système qu'à des instants pertinents pour conserver la stabilité du système en boucle fermée. Tout d'abord, l'existence et la régularité de la solution du système en boucle fermée sous cette loi d'échantillonnage de la commande sont prouvées. Ensuite, des conditions suffisantes basées sur l'utilisation d'une fonctionnelle de Lyapunov spécifique sont proposées afin de s'assurer que les solutions convergent vers un ensemble compact contenant l'origine, qui peut être ajusté par le concepteur. De plus, comme prévu, tout comportement Zeno du système en boucle fermée est évité. Il s'agit d'un travail en cours en collaboration avec Lucie Baudouin, Swann Marx et Sophie Tarbouriech.

Dans une 2ème partie, je m'intéresserai à la robustesse de la stabilité exponentielle de l'équation de KdV par rapport à un retard dépendant du temps dans des feedbacks au bord ou internes. Sous de bonnes hypothèses sur le retard, sur la longueur du domaine et sur les poids des feedbacks, nous prouvons la stabilité exponentielle en utilisant une fonctionnelle de Lyapunov appropriée. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Hugo Parada et Chahnaz Timimoun.

Orateur: VALEIN, Julie (Univ Lorraine)

ID de Contribution: 3

Type: **Non spécifié**

Méthodes assistées par ordinateur pour la description rigoureuse d'ensembles atteignables de problèmes linéaires contraints

lundi 19 juin 2023 16:00 (30 minutes)

On considère un système de contrôle linéaire et en dimension finie, sous contraintes (convexes, compactes). Le but est de décrire l'ensemble atteignable, c'est-à-dire donner une preuve de l'appartenance (ou non) d'une cible à l'ensemble atteignable depuis une condition initiale et en un temps T donnés.

Les méthodes développées reposent sur des outils d'analyse convexe, via le calcul d'hyperplans support à l'ensemble atteignable. La mise en œuvre numérique conduit à des erreurs de discrétisation et d'arrondi, qui peuvent être contrôlées de manière à fournir des preuves rigoureuses.

Les résultats présentés sont les fruits de travaux en cours avec Camille Pouchol, Yannick Privat, Christophe Zhang et Maxime Breden.

Orateur: HASENOHR, Ivan (MAP5)

ID de Contribution: 8

Type: **Non spécifié**

Ensemble contrôlabilité pour l'équation de la chaleur

mardi 20 juin 2023 11:00 (30 minutes)

La modélisation de systèmes physiques fait intervenir, le plus souvent, dans la dynamique de ces derniers des paramètres qui leurs sont inhérents et dont, en réalité, on ne connaît avec précision. Pour les questions de contrôle classique, il est souvent de coutume de supposer ces paramètres connus et construire des contrôles qui dépendent implicitement de ces paramètres. De ce fait, lorsqu'il y a modification de ces paramètres, le contrôle construit n'est plus en mesure de résoudre le problème de contrôle pour lequel il a été confectionné.

Le concept d'ensemble contrôlabilité a été introduit dans le but d'étudier la contrôlabilité des systèmes dont la dynamique dépend de paramètres avec des contrôles indépendants de ces paramètres. Ceci afin de rendre ces contrôles robustes par rapport aux éventuels variations dans les paramètres.

Ce concept n'a souvent été considéré que dans le cadre des systèmes linéaires de type "dimension finie". Dans notre présentation, nous considérons l'équation de la chaleur avec un coefficient de diffusion qui appartient à un compact de l'axe réel puis montrons qu'on peut contrôler ce système avec des contrôles internes indépendants de ce coefficient.

Orateur: DANHANE, Baparou (Université de Lorraine)

ID de Contribution: 10

Type: Non spécifié

L^p Carleman estimates for elliptic boundary value problems.

mercredi 21 juin 2023 11:00 (30 minutes)

In the talk, we shall prove global L^p Carleman estimates for the Laplace operator in dimension $d \geq 3$. Our strategy relies on a precise Carleman estimates in strips, and a suitable gluing of local estimates obtained through a change of variables. The delicate point and most of the work thus consists in proving Carleman estimates in the strip with a linear weight function for a second order operator with coefficients depending linearly on the normal variable. This is done by constructing an explicit parametrix for the conjugate operator, which is estimated through the use of Stein Tomas restriction theorems.

This is a joint work with Belhassen Dehman and Sylvain Ervedoza.

Orateur: THABOUTI, Lotfi (Université de Bordeaux et Université de Tunis El Manar)

ID de Contribution: 11

Type: **Non spécifié**

Numerical reconstruction of the fluid flow from local measurements of the velocity

lundi 19 juin 2023 16:30 (1 heure)

In this talk, we consider different PDE models in fluid mechanics and present a numerical method for the reconstruction of the velocity and the pressure from local measurements of the velocity. To do so, we solve at the discrete level an optimization problem involving regularization terms based on stabilization methods. The analysis of the method for the Stokes equation relies on stability estimates associated to the unique continuation property. The method will be applied to the reconstruction of the blood flow in a vessel from 4D flow MRI data. This talk presents joint works with M. Agbalessi, E. Burman, M. Fernandez, D. Lombardi and M. Nechita.

Orateur: BOULAKIA, Muriel (Université de Versailles Saint-Quentin)

ID de Contribution: 12

Type: Non spécifié

Observabilité optimale en temps grand de l'équation de la chaleur

mercredi 21 juin 2023 11:30 (1 heure)

Il est bien connu que la reconstruction d'une donnée initiale associée à une équation parabolique à partir de mesures internes de sa solution pendant un temps $T > 0$, sur un domaine ω appelé domaine d'observation équivaut à la question de l'observabilité, ou plus précisément à la positivité de ce qu'on appelle la constante d'observabilité associée à ω . Cette constante dépend du domaine d'observation

omega {mais aussi de façon cruciale} de l'horizon temporel T .

Dans cet exposé, nous nous intéressons aux domaines extrémaux (lorsqu'ils existent) qui maximisent cette constante d'observabilité. Pour être mathématiquement et physiquement pertinent, nous imposons une restriction sur la mesure du domaine observé.

Après avoir introduit une relaxation convexe du problème d'optimisation de la forme, nous déterminons le comportement asymptotique des maximiseurs {alors que} T tend vers $+\infty$. En utilisant de façon cruciale un principe de la baignoire précisé, bien connu dans le domaine du calcul des variations, nous prouvons la forte convergence des maximiseurs vers la fonction caractéristique d'un ensemble mesurable que nous caractérisons précisément, et montrons en outre que cette convergence est exponentielle.

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Idriss Mazari (univ. Paris Dauphine) et Emmanuel Trélat (Sorbonne univ.)

Orateur: PRIVAT, Yannick (Univ. Strasbourg)

ID de Contribution: 13

Type: **Non spécifié**

La méthode des moments pour les problèmes paraboliques en dimension supérieure

mardi 20 juin 2023 09:30 (1 heure)

Cet exposé sera centré sur la construction de familles biorthogonales pour étudier la contrôlabilité de problèmes paraboliques en dimension d'espace supérieure à 1. D'abord j'expliquerai en quoi la généralisation de cette notion est naturelle et adaptée à ce problème. Pour cela je "montrerai" la contrôlabilité interne de l'équation de chaleur posée sur un domaine quelconque en dimension quelconque. J'avoue il y a une légère arnaque dans la preuve.

Ensuite, je parlerai d'un travail en cours (avec F. Ammar Khodja, A. Benabdallah, M. Gonzalez-Burgos et L. de Teresa) dans lequel nous construisons et estimons des familles biorthogonales pour des problèmes tensorisés – aussi bien pour la géométrie que pour l'opérateur. L'idée est d'avoir dans une direction une jolie famille biorthogonale (typiquement un cadre 1D) et dans l'autre une inégalité spectrale adéquate. J'essayerai de présenter les idées sur l'étude d'un exemple : la contrôlabilité de l'équation de chaleur posée sur $(0, 1) \times (0, 1)$ avec un contrôle $\delta_{x \times (a,b)}$.

Orateur: MORANCEY, Morgan (Aix-Marseille Université)

ID de Contribution: 14

Type: **Non spécifié**

Null controllability of underactuated linear parabolic-transport system

mardi 20 juin 2023 11:30 (1 heure)

Many physical systems are modeled by parabolic-transport systems, the Navier-Stokes equations being a prominent example. We will discuss the null-controllability of such 1D systems with constant coefficients and periodic boundary conditions, when we act only on a subdomain, and only on some components.

The null-controllability is then related to the propagation properties of the transport equations, and to the coupling between the equation. This study is done in two steps:

- treat the case where we can act on every component by computing the spectral projectors on parabolic eigenvalues and hyperbolic eigenvalues respectively
- transform this control into one that acts only on some components by algebraic manipulations

This is a joint work with Karine Beauchard, Kévin Le Balc'h and Pierre Lissy.

Orateur: KOENIG, Armand (Université Toulouse III - Paul Sabatier)

ID de Contribution: 15

Type: **Non spécifié**

Observability for Schrödinger equations posed on the whole plane

mardi 20 juin 2023 14:00 (1 heure)

In this talk, I will present new observability results for Schrödinger equations posed on the whole plane and associated to periodic potentials. More precisely, we aim at establishing observability inequalities from periodic measurable subsets. Thanks to the Floquet-Bloch transform, this problem can be reduced to the study of a family of Schrödinger equations posed on the two-dimensional torus. In order to deal with it, I will introduce the notion of semiclassical measures. This is a joint work with Kévin Le Balc'h.

Orateur: MARTIN, Jérémy (INRIA CAGE)

ID de Contribution: 16

Type: Non spécifié

Sur la stabilité d'équations aux dérivées partielles sous contrôle échantillonné

mardi 20 juin 2023 16:00 (1 heure)

Prenons un système en boucle fermée défini par un opérateur de dimension infinie, anti-adjoint, et des opérateurs bornés d'observation et de contrôle. Supposons que ce système est exponentiellement stable. Le premier objet de cet exposé est de proposer un cadre et une loi d'échantillonnage de la boucle de commande de manière à ne mettre à jour le contrôle du système qu'à des instants pertinents pour conserver la propriété de stabilité exponentielle en boucle fermée. L'approche, basée sur une fonctionnelle de Lyapunov appropriée, permet de démontrer les résultats de bien posé, d'absence de point d'accumulation de la mise à jour et de stabilité attendus. Le cadre proposé englobe en particulier les équations de transport, des ondes, de KdV ou de Schrodinger pour des conditions frontières appropriées. Ce travail est effectué en collaboration avec Sylvain Ervedoza.

Orateur: BAUDOIN, Lucie (LAAS CNRS)