

## Mini-cours : Rationalité stable

Soit  $X$  une variété algébrique complexe, projective et lisse. On dispose de plusieurs notions pour déterminer si  $X$  est 'proche' à un espace projectif : la variété  $X$  est rationnelle si un ouvert de  $X$  est isomorphe à un ouvert d'un espace projectif, on dit que  $X$  est stablement rationnelle si cette propriété vaut en remplaçant  $X$  par un produit avec un espace projectif, enfin  $X$  est unirationnelle si  $X$  est rationnellement dominée par un espace projectif. Dans le problème classique de Lüroth on s'intéresse à trouver des exemples de variétés unirationnelles non rationnelles. Ce problème fut ouvert jusqu'à les années 1970, où trois séries d'exemples ont été construites : les solides cubiques (Clemens et Griffiths), certaines solides quartiques (Iskovskikh et Manin), ainsi qu'une fibration en coniques (Artin et Mumford). Dans ce dernier exemple il s'agit d'une variété qui n'est même pas stablement rationnelle. Pour d'autres exemples la question de la stabilité rationnelle était ouverte.

Dans un travail récent C. Voisin montre qu'un solide double ramifié le long d'une quartique très générale n'est pas stablement rationnel. Inspirés par son travail, on montre que 'beaucoup' de solides quartiques ne sont pas stablement rationnelles (travail en commun avec J.-L. Colliot-Thélène). B. Totaro a ensuite établi qu'une hypersurface très générale de degré  $d$  n'est pas stablement rationnelle, si  $d/2$  est au moins le plus petit entier supérieur à  $(n+2)/3$ .

Les mêmes méthodes ont permis d'établir que la rationalité n'est pas stable par déformation (travail en commun avec B. Hassett et Y. Tschinkel).

Dans ce mini-cours, on va présenter des méthodes pour obtenir les résultats ci-dessus : l'étude des propriétés universelles du groupe de Chow des zéro-cycles, la décomposition diagonale, ainsi que des méthodes de spécialisation.

References:

<https://webusers.imj-prg.fr/~claire.voisin/Articlesweb/jdgvoisin.pdf>;

<http://math1.unice.fr/~beauvill/conf/Cime.pdf>;

<http://cims.nyu.edu/~pirutka/survey.pdf>;

**Orateur:** PIRUTKA, Alena