École jeunes chercheurs en théorie des nombres 2016

Report of Contributions

Contribution ID: **3** Type: **not specified**

Géométrie analytique p-adique au sens de V. Berkovich.

En théorie des nombres, on est souvent amené à travailler avec des corps valués complets non archimédiens tels que $\mathbb{Q}_p$ ou $\mathbb{C}((t))$. Leurs propriétés topologiques sont peu engageantes : il ne sont pas connexes, pas localement connexes et peuvent ne pas être non plus localement compacts, comme dans le cas de $\mathbb{C}((t))$. Dans ces conditions, on comprend qu'il est difficile de raisonner en termes géométriques comme on en a l'habitude pour les espaces réels ou complexes.

Nous exposerons les bases d'une théorie, développée par Vladimir Berkovich dans les années 80, qui permet de résoudre ces problèmes, pour peu que l'on soit prêt à modifier l'espace. Si k est un corps valué complet non archimédien, la droite de Berkovich sur k contient beaucoup plus de points que les seuls éléments de k, mais elle satisfait toutes propriétés topologiques mentionnées précédemment. Une autre spécificité intéressante de la théorie de Berkovich est qu'elle permet de définir des espaces analytiques qui contiennent toutes les places à fois.

Nous procèderons selon le plan suivant.

- rappels sur les corps valués non archimédiens
- géométrie analytique non archimédienne : motivations et difficultés
- définition des espaces affines analytiques sur un corps au sens de Berkovich
- étude spécifique de la droite : propriétés topologiques et algébriques
- brefs compléments sur les courbes elliptiques et les courbes en général
- espaces de Berkovich globaux

Primary author: POINEAU, Jérôme (Université de Caen Basse-Normandie)

Presenter: POINEAU, Jérôme (Université de Caen Basse-Normandie)

Contribution ID: **5** Type: **not specified**

Cohomologie Etale Appliquée

De nombreux problèmes de théorie analytique des nombres nécessitent
de savoir analyser diverses fonctions arithmétiques le long de progressions arithmétiques (disons de module q)
et plus généralement de les comparer à des fonctions arithmétiques définies modulo q. Quand q est premier
(souvent le cas le plus délicat) ces fonctions modulo q sont obtenues par des méthodes de cohomologie étale.

Dans cette série d'exposés, nous expliquerons, à la suite de Katz et d'autres, comment appliquer les conséquences diophantiennes
des travaux fondamentaux de Deligne (Weil II) concernant la cohomologie des faisceaux ℓ-adiques à des problèmes issus de
la théorie analytique des nombres et de la théorie des formes automorphes.

Primary author: MICHEL, Philippe (EPFL)

Presenter: MICHEL, Philippe (EPFL)

Contribution ID: **6** Type: **not specified**

Géométrie d’Arakelov des courbes modulaires

La conjecture de Mordell, démontrée par Faltings en 1983, illustre de façon très frappante le principe stipulant
que “la topologie décide de l’arithmétique” : toute courbe algébrique (propre et lisse) sur un corps de nombres,
de genre supérieur ou égal à 2, n’admet qu’un nombre fini de points à valeur dans ce corps

Les méthodes diophantiennes ont permis à Vojta de donner en 1991 une nouvelle preuve, sans doute
plus naturelle, du théorème de Mordell-Faltings. Mais ces approches sont toutes deux congénitalement
non effectives : elle ne permettent pas de majorer explicitement la hauteur des points rationnels de la courbe.
Cela signifie qu’elles ne fournissent pas de méthode, même algorithmique, pour déterminer la liste des
points (et éventuellement décider la question diophantienne classique qui est de savoir s’il en existe de
non triviaux, comme dans le théorème de Fermat-Wiles).

Dans ces exposés nous expliquerons pourquoi la géométrie et l’arithmétique des courbes modulaires rend
la question du contrôle de la hauteur des points beaucoup plus abordable, en utilisant les techniques de la
géométrie d’Arakelov, à laquelle on tâchera de donner une brève introduction.

Primary author: PARENT, Pierre (Université Bordeaux 1)

Presenter: PARENT, Pierre (Université Bordeaux 1)