

Soit  $\epsilon$  une unité algébrique de degré  $n \geq 2$ , c'est à dire une racine complexe d'un polynôme unitaire  $\mathbf{Q}$ -irréductible  $\Pi_\epsilon(X) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \in \mathbf{Z}[X]$ , avec donc  $a_0 \in \{\pm 1\}$ . On suppose que  $\epsilon$  n'est pas une racine complexe de l'unité. Soit  $r \geq 1$  le rang du groupe  $U_\epsilon$  des unités de l'ordre  $\mathbf{Z}[\epsilon]$ .

Grosso-modo, si  $r = 1$  alors  $U_\epsilon$  est un groupe commutatif monogène, c'est à dire engendré par une unité  $\epsilon_0 \in \mathbf{Z}[\epsilon]$  (dite unité fondamentale). Il est donc très naturel de se demander si  $\epsilon$  n'est pas elle-même un générateur de ce groupe  $U_\epsilon$ , c'est à dire de se demander si  $\epsilon$  n'est pas une unité fondamentale de l'ordre  $\mathbf{Z}[\epsilon]$  qu'elle engendre. Nous exposerons une réponse grosso-modo positive à cette question en regardant séparément les trois cas possibles : (i)  $\epsilon$  est quadratique réelle, (ii)  $\epsilon$  est cubique de discriminant négatif et (iii)  $\epsilon$  est quartique totalement imaginaire.

L'outil essentiel pour la résolution de ce problème est l'obtention de minoration explicites du type  $d_\epsilon \gg |\epsilon|^\alpha$  de la valeur absolue  $d_\epsilon$  du discriminant de  $\epsilon$ , où  $\alpha > 0$  explicite ne dépend que du cas (i), (ii) ou (iii) considéré.