

# **Workshop ANR TRECOS 2022**

## **Rapport sur les contributions**

ID de Contribution: 2

Type: **Non spécifié**

# Contrôlabilité d'équations paraboliques linéaires

*mercredi 1 juin 2022 11:00 (1 heure)*

**Orateur:** BENABDALLAH, Assia (Aix-Marseille université)

ID de Contribution: 3

Type: **Non spécifié**

## Contrôlabilité locale en temps petit de l'équation de Schrödinger bilinéaire malgré une dérive

*mardi 31 mai 2022 15:30 (1 heure)*

On considère une équation de Schrödinger en dimension un, sur un intervalle borné, avec des conditions de bord de Dirichlet et un contrôle agissant de manière bilinéaire. On étudie sa contrôlabilité autour de l'état fondamental lorsque le système linéarisé n'est pas contrôlable. Plus précisément, on se demande de quelle façon les termes quadratique et cubique du développement de la solution peuvent aider ou non à récupérer la contrôlabilité perdue au linéaire.

Dans un premier temps, pour tout entier positif  $n$ , on formule des hypothèses sous lesquelles le terme quadratique induit une dérive pour la dynamique non linéaire, quantifiée par la norme  $H^{-n}$  du contrôle, empêchant la contrôlabilité locale en temps petit (STLC) pour des contrôles petits en norme  $H^{2n-3}$ .

Dans un second temps, on montre au contraire que, pour des contrôles petits dans des espaces moins réguliers, le terme cubique permet de récupérer la contrôlabilité perdue au linéaire, malgré la dérive quadratique. La preuve s'inspire de la méthode de Sussmann pour prouver la condition suffisante  $\mathcal{S}(\theta)$  de STLC pour les équations différentielles. Cependant, on utilise une stratégie globale différente s'appuyant sur un nouveau concept de vecteur tangent, plus adapté à un cadre de dimension infinie.

**Orateur:** BOURNISSOU, Mégane (ENS Rennes)

ID de Contribution: 4

Type: **Non spécifié**

## **Un résultat de non contrôlabilité pour l'équation de la demi-chaleur sur la droite réelle. Application à l'équation de Grushin**

*mercredi 1 juin 2022 09:00 (1 heure)*

**Orateur:** LISSY, Pierre

ID de Contribution: 5

Type: **Non spécifié**

## **Stabilisation rapide des water waves linéarisée et backstepping de type Fredholm pour opérateurs critiques**

*mardi 31 mai 2022 14:00 (1 heure)*

Dans cet exposé, on présente un résultat récent de stabilité rapide de l'équation des water waves linéarisée grâce à la méthode du backstepping de type Fredholm. Initialement introduite avec une transformation de Volterra, la méthode du backstepping avec une transformation de Fredholm permet de montrer la stabilisation rapide pour une grande classe d'EDP grâce à des propriétés de contrôlabilité. L'équation des water waves linéarisée représente un cas critique pour cette méthode, puisque les techniques classiques ne permettent pas de traiter des opérateurs de type  $i|D_x|^a$ , avec  $1 < a \leq 3/2$ . Nous introduisons un nouvel argument de compacité/dualité permettant de franchir le seuil  $a=3/2$  et nous montrons que la méthode du backstepping de type Fredholm s'applique pour des opérateurs anti-adjoints du type  $i|D_x|^a$ , avec  $1 < a \leq 3/2$ .

**Orateur:** GAGNON, Ludovic (INRIA Nancy)

ID de Contribution: 6

Type: **Non spécifié**

## Obstructions quadratiques à la contrôlabilité locale d'un système de bac d'eau et de l'équation de KdV

*mardi 31 mai 2022 09:30 (1 heure)*

Lorsque le linéarisé d'une équation n'est pas contrôlable, il est naturel de considérer une approximation quadratique. Si cette approximation quadratique présente une forme de coercivité, cela mène à une obstruction à la contrôlabilité locale de l'équation non-linéaire. Nous présenterons deux équations pour lesquelles ceci se manifeste : l'équation de KdV lorsque la longueur est dite "critique", et un bac d'eau modélisé par des équations de Saint-Venant. L'équation de KdV a la particularité d'avoir un contrôle frontière, qui est plus délicat à traiter que le contrôle interne. Tandis, que notre résultat sur le bac est intéressant par la minoration du temps de contrôle que nous obtenons, deux fois supérieur à ce que la vitesse de propagation des vagues suggérerait. Ce travail est en collaboration avec Jean-Michel Coron et Hoai-Minh Nguyen.

**Orateur:** KOENIG, Armand (Université Paul Sabatier)

ID de Contribution: 7

Type: **Non spécifié**

## Espace atteignable pour des équations de la chaleur perturbées

*mardi 31 mai 2022 11:00 (1 heure)*

Dans cet exposé, nous montrons que l'équation de la chaleur génère un  $C^0$  semi-groupe sur son espace atteignable. Autrement dit, restreinte à son espace atteignable, l'équation de la chaleur est un système de contrôle exactement contrôlable. Des arguments perturbatifs standards nous permettent alors de décrire l'espace atteignable de l'équation de la chaleur perturbée. Ces perturbations sont de différente nature : il peut s'agir de petits potentiels, de termes non locaux ou des semi-linéarités. Il s'agit d'un travail en commun avec Sylvain Ervedoza et Marius Tucsnak.

**Orateur:** LE BALC'H, Kévin (IMB)

ID de Contribution: 8

Type: **Non spécifié**

## **Systèmes hyperboliques linéaires équivalents et contrôlabilité à zéro**

*lundi 30 mai 2022 15:30 (1 heure)*

Dans cet exposé on présente de récents et nouveaux résultats sur le temps minimal de contrôle à zéro pour des systèmes hyperboliques linéaires d'ordre 1 en dimension 1.

Plus précisément, on caractérise complètement la plus petite et la plus grande valeur que ce temps peut prendre par rapport à la matrice de couplage interne.

Les formules présentées sont explicites et faciles à calculer.

La preuve repose sur plusieurs méthodes: la méthode dite de backstepping, qui permet de transformer le système initial en un nouveau système avec des termes non locaux; une décomposition LU canonique de la matrice de couplage au bord; une méthode de compacité-unicité adaptée à la contrôlabilité à zéro.

Cet exposé est basé sur un travail en collaboration avec Long Hu.

**Orateur:** OLIVE, Guillaume (Jagiellonian University)

ID de Contribution: 9

Type: **Non spécifié**

## **Contrôlabilité approchée de l'équation de la chaleur par des formes via la dualité de Fenchel**

*lundi 30 mai 2022 14:00 (1 heure)*

La contrôlabilité de l'équation de la chaleur sous contraintes est l'objet de plusieurs travaux récents (contraintes bilatérales, de positivité, etc). J'introduirai une approche permettant d'explorer ces questions. Celle-ci repose sur le théorème de Fenchel-Rockafellar et fait donc la part belle aux outils de l'analyse convexe.

J'appliquerai cette méthodologie au cas de la contrôlabilité positive approchée de l'équation de la chaleur, et ce, par le biais de formes. J'évoquerai des pistes de généralisation de la méthode à des problèmes de contrôle linéaires abstraits.

Il s'agit de travaux en collaboration avec Emmanuel Trélat et Christophe Zhang.

**Orateur:** POUCHOL, Camille