

Champs aléatoires stables harmonisables à accroissements stationnaires : comportement trajectorien et densité spectrale

Geoffrey Boutard

De nombreuses méthodes ont été développées, depuis longtemps, en vue d'étudier le comportement trajectorien de champs gaussiens. Souvent ces méthodes sont difficilement transposables dans un cadre de lois de probabilité à queue lourde comme celui des lois stables. Par exemple, le théorème bien connu de continuité de Kolmogorov devient nettement moins efficace dans ce cadre à cause, entre autres, de l'infinitude des moments.

Des méthodes nouvelles, reposant sur des représentations en séries aléatoires du type ondelettes se sont déjà avérées efficaces dans l'étude d'un exemple classique de champs aléatoires à queue lourde : le drap brownien fractionnaire stable linéaire (DFSL).

Dans cet exposé nous nous proposons de tester cette nouvelle méthodologie par ondelettes dans le cadre très général de lois à queue lourde qui est significativement différent du DFSL. Plus précisément, nous nous intéressons aux champs aléatoires α -stables harmonisables $X = \{X(t), t \in \mathbb{R}^d\}$ définis pour tout $t \in \mathbb{R}^d$ par :

$$X(t) = \operatorname{Re} \left\{ \int_{\mathbb{R}^d} (e^{it \cdot \xi} - 1) f(\xi) d\widetilde{M}_\alpha(\xi) \right\},$$

où f désigne une fonction arbitraire de l'espace $L^\alpha(\mathbb{R}^d, 1 \wedge \|\xi\|^\alpha d\xi)$, avec cependant un certain contrôle aux hautes et basses fréquences.

Les deux principaux objectifs de notre exposé sont les suivants.

- (a) Établir des liens entre le comportement local (module de continuité) des accroissements de X (y compris les éventuelles propriétés de différentiabilités ou dérivabilités partielles) et la vitesse de décroissance à l'infini de f , le long de chacun des axes canoniques de \mathbb{R}^d . Nous nous intéressons à la fois aux accroissements habituels et rectangulaires au sens large.
- (b) Relier le comportement de X à l'infini (loi du logarithme itéré) à celui de f en 0.

Les résultats que nous obtenons sont valables sur un événement de probabilité 1 qui est « universel », dans le sens où il ne dépend pas de f .