16ème Journée des Doctorants en Mathématiques de la région Hauts-de-France

9 septembre 2022

09h15–09h45 **Café d'accueil**.

09h45–10h10 **Tino Laidin (LPP, Lille)**. *Méthode numérique hybride pour l'équation de Vlasov-BGK*

De nombreux phénomènes physiques et biologiques peuvent être modélisés par des systèmes de particules en interactions. Ces derniers peuvent être classés en trois grandes échelles d'observation. La première est l'échelle microscopique où chaque particule est considérée individuellement et suit les lois de Newton. Bien que cette approche permette de décrire exactement le système, il est cependant compliqué d'en effectuer l'analyse d'un point de vue théorique. Par ailleurs, c'est aussi une approche coûteuse numériquement. Ici, la notion de coût numérique correspond au temps de calcul ainsi qu'à la quantité de mémoire nécessaire pour simuler le système. Une seconde échelle, moins coûteuse, est l'échelle macroscopique (ou fluide) qui s'intéresse à des grandeurs observables qui dépendent du temps et de la position comme la densité, la vitesse moyenne ou encore la température du système. Cependant, cette approche, bien que moins coûteuse que la précédente, ne permet pas de capter les phénomènes microscopiques qui ont une importance particulière dans certaines applications. Par exemple, cette échelle ne convient plus pour modéliser la rentrée atmosphérique de navette spatiale ou bien la physique de certains plasmas. Une solution est de s'intéresser à une échelle intermédiaire : l'échelle mésoscopique (ou cinétique). A cette échelle, l'inconnue est la fonction de distribution des particules qui dépend du temps, de la position et de la vitesse. Cette fonction est solution d'une équation cinétique intégro-différentielle.

Ce travail porte sur une méthode numérique *hybride* pour les équations cinétiques collisionnelles linéaires. Le but de la méthode est de réduire le temps de calcul des équations *cinétiques* en profitant de la plus petite dimensionnalité d'un modèle asymptotique de type *fluide*. Elle s'appuie sur deux critères motivés par une approche perturbative pour obtenir une *décomposition de domaine dynamique*. Le premier critère quantifie à quelle distance d'un équilibre local en vitesse se trouve la fonction de distribution des particules. Le second dépend des quantités macroscopiques disponibles sur l'ensemble du domaine de calcul. Les conditions d'interface sont traitées en utilisant une approche dite micro-macro et la méthode est significativement plus efficace qu'une approche tout cinétique standard. Les propriétés de la méthode sont illustrées par des simulations numériques.

Thèse dirigée par Claire Chainais, Thomas Rey et Marianne Bessemoulin.

10h15–10h40 **Vincent Béhani (LPP, Lille)**. *Dynamique linéaire et opérateurs de Bishop*
Un problème important en théorie des opérateurs est le Problème du Sous-Espace Invariant. Il s'agit dans ce problème ouvert depuis plus d'un demi-siècle de déterminer si tout opérateur linéaire et continu agissant sur un espace de Hilbert $\mathcal{H}$ admet nécessairement un sous-espace invariant fermé non-trivial. Les opérateurs de Bishop T_α ont été initialement proposés comme de potentiels contre-exemples au Problème du Sous-Espace Invariant et sont définis sur $L^2([0,1])$ pour tout $\alpha \in [0,1]$ par

$$T_\alpha f(x) = xf(\{x+\alpha\}), \quad f \in L^2([0,1]),$$

où $\{\cdot\}$ désigne la partie fractionnaire d'un réel. On continue aujourd'hui d'étendre l'ensemble des paramètres α pour lesquels T_α admet un tel sous-espace invariant, bien que l'on ne sache pas si c'est le cas pour tous les irrationnels α. En remarquant qu'un opérateur T n'admet pas de tel sous-espace si et seulement si l'orbite par T de tout vecteur non nul engendre un sous-espace dense dans $\mathcal{H}$, nous présenterons ici les notions dynamiques d'hypercyclicité (existence d'une orbite dense) et de cyclicité (existence d'une orbite engendrant un sous-espace dense) qui permettent d'étudier le comportement des itérées d'un opérateur. Nous étudierons en particulier ces notions dans le cas des opérateurs de Bishop. L'étude de la cyclicité de ces opérateurs par Chalendar, Partington et Pozzi dans le cas où α est rationnel permettra notamment d'étudier leur cyclicité dans le cas irrationnel.
Thèse dirigée par Sophie Grivaux.

10h45-11h15 **Pause café**

11h15–12h10 **Irène Waldspurger (CEREMADE, Paris)**. *Reconstruction de phase et problèmes inverses non-convexes*
Les problèmes de reconstruction de phase sont des problèmes inverses, qui consistent à reconstruire un élément inconnu d'un espace vectoriel complexe à partir du module de mesures linéaires. Dans la première partie de l'exposé, je présenterai ces problèmes, leurs applications et leurs principales propriétés théoriques. La deuxième partie de l'exposé sera consacrée aux aspects algorithmiques. Comme nous le verrons, des heuristiques simples existent pour résoudre ces problèmes. Celles-ci sont connues depuis longtemps et très employées mais on comprend toujours mal dans quelles situations elles réussissent et dans quelles situations elles échouent. Je décrirai les avancées qui ont eu lieu sur ce sujet dans la dernière décennie, en les inscrivant dans le cadre général des recherches actuelles sur les problèmes inverses non-convexes.

12h15–14h00 **Déjeuner**

14h00–14h25 **Ismail Razack (LAMFA, Amiens)**. *Théories des champs quantiques et topologiques*
La topologie algébrique est un domaine des mathématiques qui étudie les espaces topologiques à l'aide d'outils algébriques. Afin de classifier ces espaces (à déformation continue près) on leur associe des objets algébriques appelés invariants (caractéristique d'Euler, théories homologiques par exemple). Cet exposé s'intéresse aux théories des champs quantiques et topologiques , il s'agit d'un outil permettant d'obtenir de nouveaux invariants. Après avoir défini ces objets, on évoquera l'hypothèse du cobordisme, un résultat qui permet de les caractériser. Enfin, on présentera une application à l'étude des espaces stratifiés.
Thèse dirigée par David Chataur.

14h30–15h25 **Vincent Borrelli (Institut Camille Jordan, Lyon)**. *Des corrugations aux fractales lisses*
“La vraie satisfaction mathématique est d'apprendre des autres et de partager". Venez adhérer à cette belle maxime de William Thurston en découvrant une de ses théories les plus déconcertantes, celle des corrugations. Vous y apprendrez en même temps comment lesdites corrugations permettent de résoudre une question restée longtemps mystérieuse : l'existence, prédite par John Nash, de surfaces à la fois grumeleuses et lisses.

15h30-15h45 **Pause café**

15h45–16h10 **Micheline Fakhoury (LML, Lens)**. *Plasticité de la boule unité de certains espaces $C(K)$*
Un espace métrique (M, ρ) est dit *plastique* si toute bijection 1-lipschitzienne de M dans lui-même est une isométrie.
Soient K un espace compact métrisable ayant un nombre fini de points d'accumulation et $C(K)$ l'espace de Banach des fonctions réelles continues sur K. Dans cet exposé, on va montrer que la boule unité fermée de $C(K)$ est un espace métrique plastique.
Thèse dirigée par Étienne Matheron.

16h15–16h40 **Romain Loyer (LMPA, Calais)**. *Développement d'optique géométrique pour des problèmes aux limites faiblement bien posé : la dégénérescence en zone de glancing*

On s'intéresse à des systèmes d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique linéaires avec conditions de bord assez général pour inclure de nombreux phénomènes physiques de propagation d'onde (comme l'équation des ondes, l'équation de Maxwell dans le vide ou encore l'équation de l'élastodynamique linéaire isotrope).

Le but est de finaliser la classification des problèmes aux limites hyperboliques faiblement bien posés dans le demi-espace. Le caractère fortement bien posé du posé est assuré si la condition que l'on appelle de Kreiss-Lopatinskii uniforme est vérifiée. Cependant, cette condition peut dégénérer dans quatre zones différentes de l'espace des fréquences que l'on appelle zone elliptique, elliptico-hyperbolique, hyperbolique et glancing. On veut alors savoir si le problème est faiblement bien posé c'est à dire qu'il existe une unique solution, mais moins régulière (dans des espaces de Sobolev) que les termes sources. La solution a donc des pertes de dérivées à l'intérieur et/ou sur le bord. On s'intéresse en particulier à l'optimalité de ces pertes de dérivée.

On se restreint à la dégénérescence en zone de glancing qui est le cas restant à traiter. On va construire un développement d'optique géométrique (solution approchée sous la forme d'un développement asymptotique). On obtient alors l'optimalité des pertes de dérivées en utilisant cette solution approchée. Notre résultat s'applique en particulier à l'exemple physique de l'équation des ondes avec conditions de bord de Neumann permettant ainsi de montrer que les estimations d'énergie de Eller sont optimales

Thèse dirigée par Lionel Rosier et Antoine Benoit.

17h30-18h30 **Visite guidée : *Valenciennes très XVIIIème***

19h00 **Diner** *Chez mon vieux*