« Sur la conjecture de Greenberg généralisée pour des familles de corps de nombres »

Pour un corps de nombres K et un nombre premier impair p, notons K^{cyc} (resp. $\widetilde{K}$) la $\boldsymbol{Z}_p$-extension cyclotomique (resp. la composée de toutes les $\boldsymbol{Z}_p$-extensions) de K, et soit $X(K^{cyc})$ (resp. $X(\widetilde{K})$) le module d'Iwasawa non ramifié p-décomposé correspondant. La conjecture de Greenberg GC (resp. la conjecture généralisée GGC) prédit la finitude de $X(K^{cyc})$ (resp. la pseudo-nullité de $X(\widetilde{K})$) si K est totalement réel (resp. est imaginaire). Dans le second cas, on se propose de montrer que GGC est valide si K admet une ${\boldsymbol{Z}_p}^2$- extension $K^{(2)}$ d'un type spécial. Plus précisément, $K^{(2)}$ est le compositum de K^{cyc} et d'une $\boldsymbol{Z}_p$- extension auxiliaire $F_\infty = \cup_m \ F_m$ caractérisée par certaines propriétés asymptotiques (par rapport à m) des sous-modules finis des $X(F_m^{cyc})$. Bien entendu, on suppute l'existence d'une famille suffisamment « dense » de $\boldsymbol{Z}_p$- extensions auxiliaires F_∞. Des exemples de telles familles sont fournis en imposant des conditions portant uniquement sur le corps de base K .