

# Contrôle ergodique de populations appliqué à la tarification de contrats d'énergie

- **Quentin Jacquet** (EDF Lab Saclay, INRIA, CMAP, École Polytechnique, Palaiseau, France)
- Wim van Ackooij (EDF Lab Saclay, Palaiseau, France)
- Clémence Alasseur (EDF Lab Saclay, Palaiseau, France)
- Stéphane Gaubert (INRIA, CMAP, École polytechnique, IP Paris, CNRS, Palaiseau, France)

**Mots-clé :** Contrôle ergodique, limite champ moyen de processus de décision Markoviens, théorie de Perron-Frobenius non-linéaire, tarification.

**Résumé :** On considère un modèle de tarification dynamique, dans lequel une population de clients peut changer à tout moment de contrat en fonction des conditions tarifaires et de caractéristiques propres à chaque client, comme l'inertie (propension à rester chez le même fournisseur). Un fournisseur cherche alors à maximiser son revenu moyen par unité de temps, en supposant que la population est de taille infinie. Cela revient à étudier une limite "champ moyen" d'une famille de processus de décision Markoviens [1], ce qui nous ramène ici à un processus de décision déterministe mais dont l'espace d'état est un produit de simplexes.

Nous supposons que, le signal de prix étant fixé, la population évolue selon une dynamique linéaire positive. Cela inclue des modèles d'utilité, comme la réponse logit. Nous considérons alors l'équation ergodique, i.e., le problème spectral non-linéaire permettant de déterminer le paiement moyen  $g$  ainsi que les stratégies optimales [3], en l'occurrence,

$$g + h(\mu) = \max_{a \in A} \left( R(\mu, a) + h(\mu P(a)) \right), \quad \mu \in \Omega$$

où  $\mu$  représente la population,  $\Omega$  un sous-ensemble convenable d'un produit de simplexes,  $A$  l'ensemble des actions,  $\mu \mapsto \mu P(a)$  la dynamique, et  $R$  le revenu instantané. Nous montrons, sous une hypothèse de primitivité de l'ensemble des dynamiques, et en exploitant des propriétés de contraction pour la métrique de Hilbert, que l'équation ergodique admet une solution  $(g, h)$  telle que la *fonction biais*  $h$  soit convexe et Lipschitzienne.

Nous nous intéressons ensuite au cas des stratégies obtenues en imposant des prix constants au cours du temps, et déterminons analytiquement celles-ci pour des modèles de type logit avec inertie. Nous raffinons ensuite une méthode Lagrangienne de Flynn [2], permettant de quantifier la sous-optimalité des contrôles ne variant pas en temps.

Nous présentons enfin une application issue de la tarification de l'énergie, avec 1 ou 2 contrats et 1 ou 2 segments de clients, amenant à résoudre un problème ergodique à espace d'état continu allant jusqu'à la dimension 4, ce que nous faisons en appliquant un algorithme d'itération sur les valeurs relative et amortie, après une discrétisation semi-Lagrangienne. Lorsque l'inertie de certains clients est suffisante, la stratégie optimale donne lieu à des politiques de tarification cycliques, s'interprétant comme des rabais occasionnels.

## Références :

- [1] Nicole Bäuerle. Mean field Markov decision processes, 2021. Preprint arXiv:2106.08755.
- [2] James Flynn. Steady state policies for deterministic dynamic programs. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 37(1):128–147, 1979.
- [3] Eduardo Garibaldi and Philippe Thieullen. Minimizing orbits in the discrete Aubry-Mather model. *Non-linearity*, 24:563–611, 2011.