Jeux à champs moyen variationnels déterministes avec sauts

- **Annette Dumas** (Institut Camille Jordan)

Mots-clé : jeux à champs moyen, calcul des variations, contrôle impulsionnel.

Résumé : Je présenterai un modèle de jeu à champs moyen, dont la notion a été introduite par J-M. Lasry et P-L. Lions dans [3, 4], où chaque agent choisit une trajectoire constante par morceaux qui minimise un coût composé du nombre de « sauts » et d'une intégrale en temps d'une fonction suffisamment régulière qui dépend du temps, de la position et de la densité. Ce problème est motivé par la réalisation d'un modèle de population habitant une ville et déménageant selon leur préférence et la densité. Chaque « saut » correspond ainsi à un déménagement d'une adresse à une autre.

Le problème de jeu à champs moyen avec des sauts a déjà été étudié par C. Bertucci dans sa thèse [2], où des particules suivent un mouvement Brownien entre deux sauts, tout en choisissant où et quand sauter. La différence entre son modèle et le nôtre est la dimension stochastique de son problème qui fournit une inégalité cruciale dans la démonstration de l'existence d'un équilibre.

Ici, le point principal de l'équilibre est son caractère variationnel. Sous certaines conditions, il est possible d'adopter un point de vue eulérien en considérant les courbes de densité. Celles-ci ne nécessitent plus la distance de Wasserstein comme dans [1], mais la norme de la variation totale. En étudiant le problème variationnel, nous verrons que la densité évolue continûment en temps malgré la présence de sauts dans les trajectoires individuelles.

Références :

[1] J-D. Benamou, G. Carlier, F. Santambrogio, Variational Mean Field Games. *Chapitre de l'ouvrage Active Particles, Volume 1*, 2017.

[2] C. Bertucci, Contributions à la théorie des jeux à champ moyen. *Thèse de doctorat en Sciences*, 2018.

[3] J-M. Lasry, P-L. Lions, Jeux à champ moyen. I – Le cas stationnaire. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 343, 619–625*, 2006

[4] J-M. Lasry, P-L. Lions, Jeux à champ moyen. II – Horizon fini et contrôle optimal. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 343, 679–684*, 2006

[5] J-L. Menaldi, Le Problème de Contrô1e Impulsionnel Optimal Déterministe et l'Inéquation Quasi-Variationnelle du Premier Ordre Associée. *Applied Mathematics and Optimization*, 8 :223-243, 1982.