Une variante de la méthode de Benders adverse pour le problème de lot-sizing robuste avec budget d'incertitude

- Tom Portoleau (LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, France,)
- **Romain Guillaume** (IRIT-CNRS, Université de Toulouse, France,)
- Christian Artigues (LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, France,)

Mots-clé : Plannification de la production sous incertitude, budget d'incertitude, Benders adverse.

Résumé : Pour résoudre des problèmes d'optimisation robuste, il existe de nombreuses approches. L'une d'entre elles, appelée la méthode de Benders adverse (ou parfois méthode des plans coupants) a été introduite dans [3]. Cette approche se base notamment sur la résolution itérée d'un problème maître et d'un problème dit adverse (et on le notera Adv), c'est-à-dire que le problème maître propose une solution robuste pour un sous-ensemble de scénario et le problème Adv cherche à calculer un pire scénario hors de ce sous-ensemble pour la solution proposée. Dans [4], les auteurs présentent une variante de cette méthode où des pires scénarios sont calculés de manière approximative, et prouvent la convergence de leur méthode.

Dans ce papier nous nous intéressons plus précisément à un problème de lot-sizing avec contraintes de capacités : $\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X}} \sum_{t\in[T]} \mathbf{1}_{x_t>0} c_t^P + c_t^I \max(\sum_{i\in[t]} x_i - D_t, 0) + c_t^B \max(D_t - \sum_{i\in[t]} x_i)$ avec $\boldsymbol{x}$ la production sur l'horizon T, $\mathcal{X}$ le polyhedre de l'ensemble des productions réalisable, c_t^I, c_t^B, c_t^P respectivement les couts de stokage, de rupture et de lancement à la période $t \in [T]$, sous budget d'incertitude sur la demande cumulée. On peut noter que si les coûts sont indépendants des périods de temps, ce problème de lot sizing déterministe est NP-Difficile [1]. Concernant les incertitudes sur les demandes cumulées, on suppose que chaque demande D_t prend sa valeur dans un intervalle symétrique de la forme $[\hat{D}_t - \Delta_t, \hat{D}_t + \Delta_t]$, avec $\hat{D}_t \geq \Delta_t \geq 0$, $\hat{D}_t + \Delta_t \leq \hat{D}_{t+1} - \Delta_{t+1}, \forall t \in [T-1]$ où $\hat{D}_t$ est la valeur nominale de la demande et Δ_t sa déviation maximale. On appelle scénario une réalisation de ces incertitudes et on note $\mathcal{U}$ un ensemble de scénarios. Dans la suite, on s'intéresse plus particulièrement à l'ensemble de scénarios continus suivant: $\mathcal{U} = \{\mathcal{D} = (D_t)_{t\leq T} : D_t \leq D_{t+1}, D_t \in [\hat{D}_t - \Delta_t, \hat{D}_t + \Delta_t], \|\mathcal{D} - \hat{\mathcal{D}}\|_1 \leq \Gamma\}$ où Γ est le budget d'incertitude. Pour résoudre ce problème de lot-sizing nous avons choisi d'utiliser le critère le robustesse absolu, ou **minmax**. Dans ce contexte le problème **Adv** pour un problème de lot sizing avec l'ensemble de scénarios $\mathcal{U}$ est NP-Difficile au sens faible [2].

Nous proposons une variante de la méthode de Benders adverse. L'idée de cette variante est qu'à chaque phase adverse, on ne renvoie pas seulement le pire scénario pour une solution donnée, mais un ensemble de mauvais scénarios. Cependant, le problème maître, défini pour une liste de scénarios $\mathcal{U}'$, passe difficilement à l'échelle lorsque le nombre de scénarios explose. Pour pallier cela, on propose de réécrire le problème maître en se basant cette fois non pas sur une liste de scénarios, mais sur un graphe qui permet une représentation compacte du sous-ensemble de scénarios. Les résultats expérimentaux sont encourageants et indiquent que notre variante peut être plus intéressante que l'approche classique si le budget d'incertitude est bas. Nous pensons également qu'il est possible d'améliorer les résultats en passant par des approches de compilation de connaissances, afin de trouver un langage de représentation des scénarios un peu plus compact que les sous-graphes de budget, et d'adapter notre problème maître afin de gagner en temps de calcul lors de sa résolution.

Références :

[1] Gabriel R Bitran and Horacio H Yanasse. Computational complexity of the capacitated lot size problem. Management Science, 28(10):1174–1186, 1982.

[2] Romain Guillaume, Adam Kasperski, and Paweł Zieliński. Production planning under demand uncertainty: a budgeted uncertainty approach. In Operations Research Proceedings 2019, pages 431–437. Springer, 2020.

[3] Almir Mutapcic and Stephen Boyd. Cutting-set methods for robust convex optimization with pessimizing oracles. Optimization Methods and Software, 24(3):381–406, 2009.

[4] Julius Pätzold and Anita Schöbel. Approximate cutting plane approaches for exact solutions to robust optimization problems. European Journal of Operational Research, 284(1):20–30, 2020.