Etude d'un problème de contrôle optimal en lien avec l'optimisation de la production microbienne

- **Térence Bayen** (Avignon Université, Laboratoire de Mathématiques d'Avignon (EA 2151) F-84018), terence.bayen@univ-avignon.fr.
- Henri Cazenave-Lacroutz (Avignon Université, Laboratoire de Mathématiques d'Avignon (EA 2151) F-84018), henri.cazenave-lacroutz@univ-avignon.fr.
- Jérôme Coville (UR 546 Biostatistique et Processus Spatiaux, INRAE, Domaine St Paul Site Agroparc, F-84000 Avignon, France), jerome.coville@inrae.fr.
- Francis Mairet (Ifremer, Physiology and Biotechnology of Algae laboratory, rue de l'Ile d'Yeu, 44311 Nantes, France), francis.mairet@ifremer.fr.

Mots-clés : Contrôle optimal, Principe du Maximum de Pontryagin, Modélisation, Système chemostat, Systèmes dynamiques, Stabilité.

Résumé : Cet exposé porte sur l'étude d'un problème de contrôle optimal gouverné par un système contrôlé de type "chemostat" avec mutation. Il s'agit d'un système ressource-consommateur couramment utilisé en microbiologie, en écologie microbienne, et pour décrire les interactions biologiques entre espèces dans un bioréacteur (voir [6, 7]). L'objectif de ce travail est de maximiser la production d'espèces microbiennes (les consommateurs) sur une période de temps donnée par rapport au taux de dilution (variable de contrôle), ce qui conduit à l'étude d'un problème de contrôle optimal de type Lagrange.

Nous supposerons ici que le modèle inclut un terme de mutations entre les espèces, ce qui survient lorsque le nombre d'espèces est élevé (voir [1, 3, 5] pour la description du modèle EDO correspondant ou [4] pour le modèle EDP[1] comportant une infinité d'espèces). Après avoir mis en oeuvre le principe du maximum de Pontryagin pour étudier les extrémales optimales du problème (en particulier, l'existence d'arcs singuliers de type turnpike), nous étudierons le problème d'optimisation à l'équilibre (*i.e.*, il s'agit de maximiser le critère à l'équilibre par rapport à un contrôle supposé cette fois constant). Nous verrons que contrairement au cas sans mutation (qui conduit au principe d'exclusion compétitive [6, 7]), il existe un unique équilibre de coexistence localement asymptotiquement stable (hors équilibre lessivage) pour toute valeur fixée du contrôle et du facteur de mutation. Grâce à la théorie des systèmes asymptotiquement autonomes, nous montrerons que cet équilibre est aussi globalement asymptotiquement stable pour certaines valeurs des paramètres. Cette étude à l'équilibre nous permettra de synthétiser une stratégie sous-optimale (par retour d'état) pour le problème de contrôle optimal dynamique et facile à mettre en oeuvre en pratique. Il s'agit du travail [2] basé sur [1] pour la partie système dynamique.

Références :

[1] T. Bayen, H. Cazenave-Lacroutz, J. Coville. Stability of the chemostat system with a mutation factor. *Soumis*, https://arxiv.org/abs/2110.09582, 2021.

[2] T. Bayen, H. Cazenave-Lacroutz, J. Coville, F. Mairet. Optimal control of the microbial production for the chemostat system with mutation. *Soumis*, 2022.

[3] T. Bayen, F. Mairet. Optimization of strain selection in evolution experiments in chemostat. *Internat. J. Control*, vol. 90, 12, pp. 2748–2759, 2017.

[4] N. Champagnat, P.-E. Jabin, S. Méléard. Adaptation in a stochastic multi-resources chemostat model *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, vol. 101, 6, pp. 755–788, 2014.

[5] P. De Leenheer, J. Dockery, T. Gedeon, S. Pilyugin. The chemostat with lateral gene transfer. *J. Biol. Dyn.*, vol. 4, 6, pp. 607–620, 2010.

[6] J. Harmand, C. Lobry, A. Rapaport, T. Sari. The Chemostat: Mathematical Theory of Microorganism Cultures. *Wiley-ISTE*, 2017.

[7] H.L. Smith, P. Waltman. The theory of the chemostat, Dynamics of microbial competition. *Cambridge University Press*, 1995.

[1]EDO : Equations Différentielles Ordinaires / EDP : Equations aux Dérivées Partielles.