

La propriété de turnpike

- **Emmanuel Trélat** (Sorbonne Université, Laboratoire Jacques-Louis Lions)

Mots-clé : optimisation, temps long, contrôle optimal.

Résumé : La propriété de turnpike a été découverte dans les années 50 par le prix Nobel Samuelson en économétrie. Elle stipule que la trajectoire optimale d'un problème de contrôle optimal en temps long reste essentiellement proche d'un état stationnaire, lui-même solution d'un problème de contrôle optimal statique associé.

Nous avons établi la propriété de turnpike dans un cadre très général en contrôle optimal non linéaire en dimension finie et infinie, montrant que la trajectoire optimale est, à part au début et à la fin de l'intervalle de temps, exponentiellement proche d'un état stationnaire (optimal), et que cette propriété est également vraie pour le contrôle et pour le vecteur adjoint obtenus par le principe du maximum de Pontryagin. Nous montrons que la propriété de turnpike exponentiel est due à un phénomène d'hyperbolicité qui est intrinsèque au caractère symplectique des équations extrémales. Nous en déduisons une méthode simple et efficace pour le calcul numérique des trajectoires optimales dans ce cadre, notamment une variante appropriée de la méthode de tir.

La propriété de turnpike s'avère être universelle et l'ensemble de turnpike peut être plus général qu'un simple état stationnaire, comme par exemple une trajectoire périodique. Nous montrons aussi la propriété de turnpike de forme pour des modèles EDP dans lesquels un sous-domaine évolue en temps selon un critère d'optimisation.

Ces travaux sont en collaboration avec Gontran Lance, Can Zhang et Enrique Zuazua.

Références :

- [1] E. Trélat, E. Zuazua. The turnpike property in finite-dimensional nonlinear optimal control. *J. Differential Equations* 258 (2015), no. 1, 81–114.
- [2] E. Trélat, C. Zhang, E. Zuazua. Steady-state and periodic exponential turnpike property for optimal control problems in Hilbert spaces. *SIAM J. Control Optim.* 56 (2018), no. 2, 1222–1252.
- [3] G. Lance, E. Trélat, E. Zuazua. Shape turnpike for linear parabolic PDE models. *Systems Control Lett.* 142 (2020), 104733.