

# Estimation a posteriori pour la simulation des grandes échelles en mécanique des fluides incompressibles

jeudi 3 décembre 2020 11:30 (30 minutes)

La simulation numérique directe (DNS) à nombre de Reynolds élevé du comportement d'un fluide décrit par les équations de Navier-Stokes est coûteuse. Pour cette raison, on utilise des techniques comme la méthode de simulation des grandes échelles (LES) où l'on n'a pas besoin de résoudre l'intégralité de toutes les échelles, mais où l'effet des plus petites échelles sur les échelles résolues sera modélisé. On décompose la solution  $\mathbf{u}$  sous la forme:  $\mathbf{u}(\mathbf{t}, \mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{t}, \mathbf{x}) + \mathbf{u}'(\mathbf{t}, \mathbf{x})$  où  $\bar{\mathbf{u}}$  représente les grandes échelles et est obtenue par convolution de  $\mathbf{u}(\mathbf{t}, \mathbf{x})$  avec un filtre de largeur  $\delta$ . D'autre part, l'effet des échelles fluctuantes  $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$  sur l'évolution de  $\bar{\mathbf{u}}$  est modélisé par un terme supplémentaire, dit de diffusion turbulente. L'équation du problème filtré est

$$\partial_t \bar{\mathbf{u}} - \nu \Delta \bar{\mathbf{u}} - \nabla \cdot (\nu_t \mathbb{D}(\bar{\mathbf{u}})) + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla (\bar{\mathbf{u}}) + \nabla \bar{p} = \bar{\mathbf{f}} \quad \text{dans } ]0, T[ \times \Omega. \quad (1)$$

On utilise le modèle de Smagorinsky qui exprime la viscosité turbulente en fonction de  $\bar{\mathbf{u}}$  et de la contrainte d'incompressibilité  $C'$  est donc le système composé de (1) et de la contrainte d'incompressibilité

$c\delta^2 \|\mathbb{D}(\bar{\mathbf{u}})\|_F$ , où  $\|A\|_F = (\sum_{i,j=1}^2 a_{ij}^2)^{1/2}$  et  $\mathbb{D}(\bar{\mathbf{u}}) = \frac{\nabla \bar{\mathbf{u}} + \nabla \bar{\mathbf{u}}^T}{2}$ .  $C'$  est donc le système composé de (1) et de la contrainte d'incompressibilité  $h_K$ , où  $h_K$  est le pas du maillage dans la cellule  $K$ . Notons  $(\bar{\mathbf{u}}_h, \bar{p}_h)$  la solution discrète calculée. On présente une méthodologie permettant d'obtenir des estimations a posteriori qui estiment l'erreur  $\|\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}_h\| + \|p - \bar{p}_h\|$ : on s'intéresse donc aux erreurs dues à la discrétisation spatiale et temporelle, mais aussi aux erreurs dues au changement de modèle par l'ajout d'une diffusivité turbulente. Des tests numériques sont présentés où on utilise la méthode d'Euler implicite pour la discrétisation en temps et la méthode des éléments finis ( $P_1$  + bulle,  $P_1$ ) pour la discrétisation en espace. Pour rendre la simulation plus efficace, on adapte les maillages et les pas de temps en fonction des indicateurs d'erreur locaux. L'ensemble est implémenté dans FreeFem++.

**Auteurs principaux:** Mlle NASSREDDINE, Ghina (Université Sorbonne Paris Nord); Prof. OMNES, Pascal (CEA et Université Sorbonne Paris Nord); Prof. SAYAH, Toni (Université Saint Joseph)

**Orateur:** Mlle NASSREDDINE, Ghina (Université Sorbonne Paris Nord)

**Classification de Session:** Session parallèle 2