

Contrôlabilité de systèmes linéaires paraboliques avec contrainte de positivité sur l'état

vendredi 4 décembre 2020 14:00 (30 minutes)

Soit $N, m, d \in \mathbb{N}^*$, Ω un ouvert borné régulier de \mathbb{R}^d , ω un ouvert inclus dans Ω et $T > 0$. On considère un système linéaire parabolique de N équations couplées avec contrôle interne sur ω , de la forme

$$\text{tag1} \begin{cases} \partial_t Y - D\Delta Y = AY + Bu\mathbf{1}_\omega & \text{sur } \Omega_T, \\ \frac{\partial Y}{\partial n} = 0 & \text{sur } (0, T) \times \partial\Omega, \\ Y(0, \cdot) = Y^0(\cdot) & \text{sur } \Omega. \end{cases} \text{ avec } Y \in \mathbb{R}^N, A, D \in M_N(\mathbb{R}) \text{ avec } D \text{ diagonale, } B \in M_{N,m}(\mathbb{R}) \text{ et } Y_0 \in L^2(\Omega)^N.$$

Il est établi dans [1] que le système (1) est contrôlable moyennant une condition de type Kalman sur A et B . Aucune contrainte n'est cependant imposée sur la trajectoire Y qui permet d'atteindre un état-cible donné. Or, l'état dans ce type de système est pourtant usuellement positif en réalité (températures, concentrations). Etant données une condition initiale Y^0 et une trajectoire cible Y^f , toutes deux positives, l'objectif est donc de trouver un contrôle u tel que la solution de (1) avec donnée initiale Y^0 vérifie $Y(\cdot, T) = Y^f(\cdot, T)$ pour un certain T et $Y(\cdot, t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, T]$.

La recherche en contrôlabilité de systèmes avec contrainte de positivité sur l'état connaît des progrès rapides ces dernières années ; citons entre autres les résultats obtenus pour l'équation de la chaleur [2] et pour une équation parabolique scalaire semilinéaire [3].

Dans cet exposé, on énoncera deux résultats de contrôlabilité avec contrainte sur l'état pour les systèmes couplés de la forme (1) : l'un dans le cas général et un autre plus fort dans le cas où $D = I_n$. Les preuves s'appuient sur une méthode "en escalier" également employée dans [2,3]. On montrera en particulier que le temps minimal de contrôlabilité est strictement positif.

[1] F. Ammar-Khodja, A. Benabdallah, C. Dupaix et M. González-Burgos, A Kalman rank condition for the localized distributed controllability of a class of linear parabolic systems, Journal of Evolution Equations, 2009.

[2] J. Lohéac, E. Trélat, and E. Zuazua, Minimal controllability time for the heat equation under unilateral state or control constraints, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences 27.09 (2017): 1587-1644.

[3] D. Pighin, E. Zuazua, Controllability under positivity constraints of semilinear heat equations, arxiv preprint: <http://arxiv.org/abs/1711.07678>, 2018.

Auteurs principaux: Dr LISSY, Pierre (CEREMADE, Université Paris-Dauphine PSL); MOREAU, Clément (CEREMADE, Université Paris-Dauphine PSL)

Orateur: MOREAU, Clément (CEREMADE, Université Paris-Dauphine PSL)

Classification de Session: Session parallèle 10