



# Relaxation en pression pour certains modèles multiphasiques

## Contexte

On s'intéresse aux effets de relaxation dans des modèles diphasiques ou triphasiques, à phases immiscibles ou hybrides (en présence d'incondensable). Le travail a pour objectif de mettre en évidence d'éventuelles conditions pour garantir la relaxation asymptotique en pression entre phases.

## Modèles multiphasiques immiscibles ou hybrides

Les modèles considérés ont la forme suivante :

$$\mathbf{A}(\mathbf{W}) \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{F}(\mathbf{W})) + \mathbf{C}(\mathbf{W}) \nabla(\mathbf{W}) - \mathbf{S}(\mathbf{W}) = 0$$

Ils peuvent représenter :

- les écoulements à deux phases immiscibles de type eau-vapeur ou gaz-liquide [2];
- les situations faisant intervenir trois phases compressibles immiscibles, telles que celles rencontrées dans la simulation de l'explosion vapeur [3];
- les configurations à deux ou trois phases, lorsque la présence d'un gaz incondensable rend le modèle hybride [7, 5].

On rappelle que ces modèles bénéficient des propriétés suivantes:

- Les solutions régulières vérifient une inégalité d'entropie physique,
- Les solutions choc sont clairement définies et uniques dans les champs Vraiment Non Linéaire isolés,
- Les systèmes sont symétrisables, en dehors des états résonnants,
- Les espaces des états admissibles sont préservés.

Pour ces systèmes, il est essentiel d'examiner, en configuration homogène, le comportement des solutions. On s'intéresse ainsi au sous-système suivant:

$$\mathbf{A}(\mathbf{W}) \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} - \mathbf{S}(\mathbf{W}) = 0$$

Dans les cadres hybrides on retrouve de manière sous-jacente le principe de la loi de Dalton. En omettant dans un premier temps les transferts de masse, et en considérant une configuration de "boite" (à vitesse nulle), ceci permet alors de mettre en évidence (voir [6], et aussi [5]):

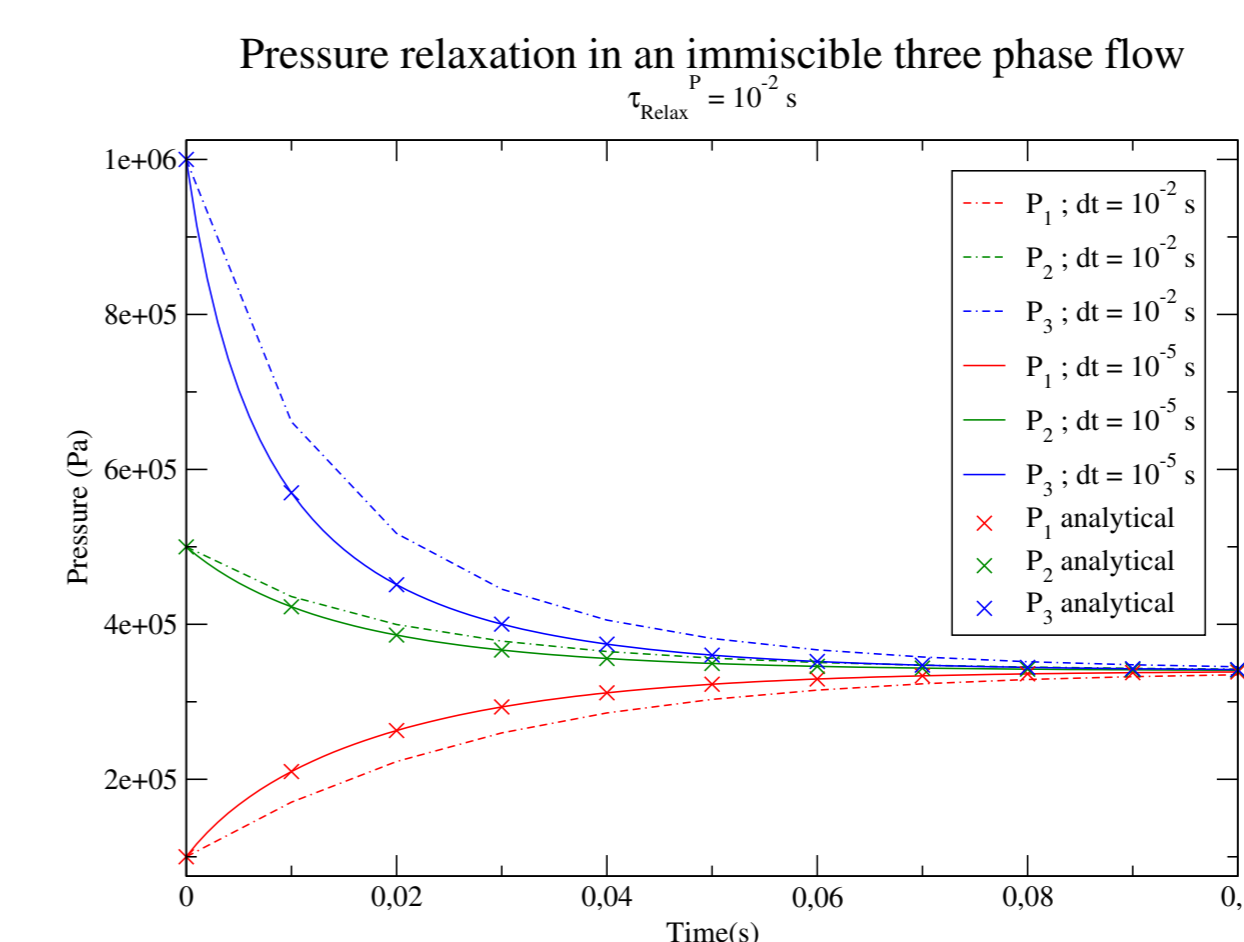
- Les effets de seuil sur les écarts de pression entre phases, pour les modèles avec bilan d'énergie [2, 3, 7, 5], ceux-ci n'apparaissant pas dans le cadre barotrope;
- La décroissance non nécessairement uniforme en temps des écarts de pression dans le cadre triphasique [3, 4, 5], cette décroissance étant uniforme lorsque le milieu est diphasique [2, 7].

Dans le cadre diphasique, pour garantir la relaxation couplé en pression et température, il est également possible de faire apparaître une condition supplémentaire, tout au moins pour des lois thermodynamiques non triviales. Les résultats présentés ci-dessous ont pour vocation d'illustrer certains de ces comportements.

## Relaxation en pression et température

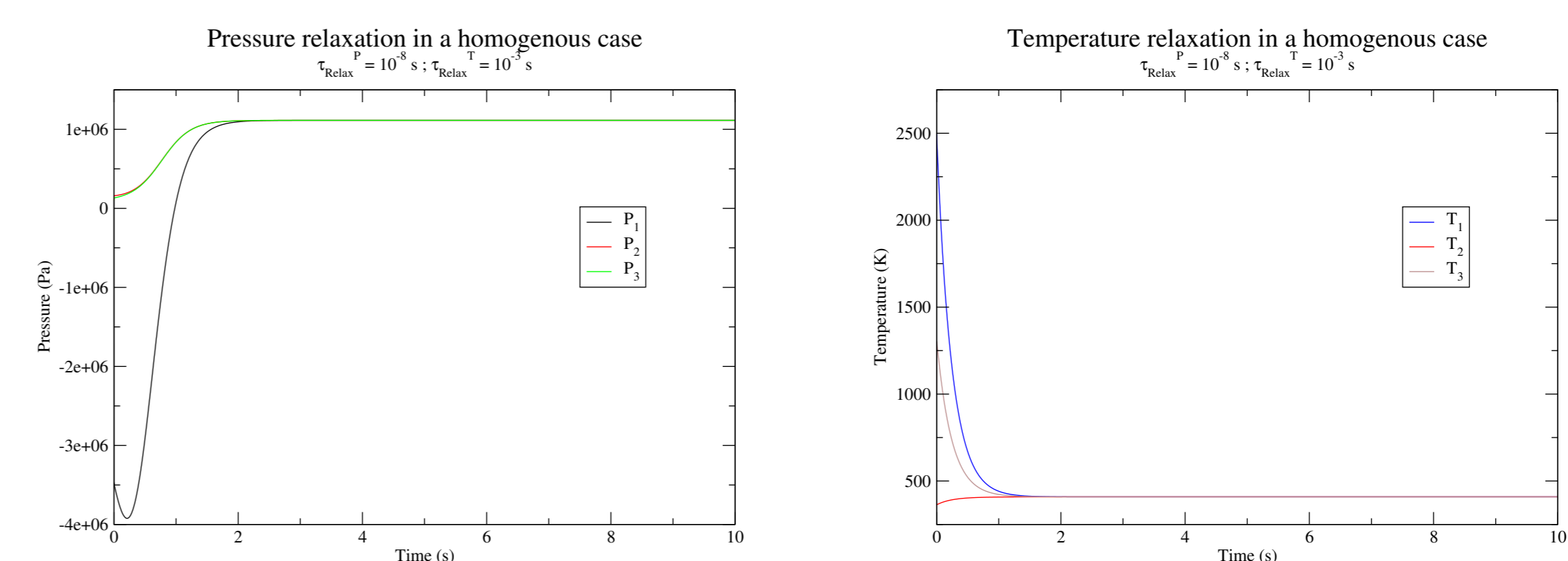
Tous les résultats présentés par la suite sont obtenus avec le modèle triphasique immiscible [3].

On s'intéresse premièrement à la relaxation de pression seule dans un cadre homogène. Les trois temps de relaxation entre les phases sont identiques.



Les résultats numériques (maillage grossier et fin) sont comparés avec la solution analytique donnée dans l'annexe A4 de [1].

On considère ensuite les effets couplés de relaxation en pression et température toujours dans un cadre homogène.



Les échelles de temps de relaxation sont communes entre phases, mais très distinctes pour chacun des deux effets de relaxation. La condition initiale est équilibrée en pression et déséquilibrée en température.

## Références

- [1] Hamza Boukili and Jean-Marc Hérard. Simulation and preliminary validation of a three-phase flow model with energy. *Comp. Fluids*, 2021.
- [2] Frédéric Coquel, Thierry Gallouët, Jean-Marc Hérard, and Nicolas Seguin. Closure laws for a two-fluid two-pressure model. *Comptes Rendus Mathématique*, 334(10):927–932, 2002.
- [3] Jean-Marc Hérard. A three-phase flow model. *Mathematical and computer modelling*, 45(5-6):732–755, 2007.
- [4] Jean-Marc Hérard. A class of three-phase flow models with energy. *internal EDF report 6125-3016-2020-01853-EN*, 2020.
- [5] Jean-Marc Hérard, Olivier Hurisse, and Lucie Quibel. A four-field three-phase flow model with both miscible and immiscible components. *ESAIM: Math. Mod. Numer. Anal.*, 55:S251–S278, 2021.
- [6] Jean-Marc Hérard and Guillaume Jomée. Pressure relaxation in some multiphase flow models. *Preprint*, 2021.
- [7] Jean-Marc Hérard and Hélène Mathis. A three-phase flow model with two miscible phases. *ESAIM: Math. Mod. Numer. Anal.*, 53(4):1373–1389, 2019.



INSTITUT  
de MATHÉMATIQUES  
de MARSEILLE

PARTNERS LOGOS RESERVED AREA