

Titre : Liberté des arrangements de droites

Résumé : un arrangement de droites du plan projectif complexe est un ensemble fini de droites de ce même plan. À un tel arrangement est associé le module (de rang 2) de ses champs de vecteurs tangents. En 1980, K. Saito proposa à H. Terao de chercher dans la liste spectaculaire des arrangements donnés par B. Grünbaum ceux dont le module des champs de vecteurs tangents était libre, c'est-à-dire engendré par deux champs de vecteurs tangents globaux. Terao observa dans l'article qui suivit que la liberté semblait déterminée par la combinatoire de l'arrangement et formula la conjecture suivante dans l'ouvrage cosigné avec P. Orlik en 1991 :

La liberté d'un arrangement d'hyperplans ne dépend que de sa combinatoire.

Depuis, malgré les nombreux travaux qui lui furent consacrés, cette conjecture résiste, même sur le plan projectif complexe où elle n'est démontrée que pour 13 droites au plus !

Avec D. Faenzi nous proposâmes une nouvelle méthode permettant d'aborder ce problème : notre méthode repose sur la dualité projective et sur le lien qui en résulte entre le module des champs de vecteurs tangents aux hyperplans de l'arrangement et l'idéal des points correspondant aux hyperplans dans l'espace dual via la *construction standard* de Barth-Gruson-Lazarsfeld-Peskine.

En appliquant cette méthode aux arrangements de droites passant par trois points fixés (dits *arrangements triangulaires*), nous prouvons, avec S. Marchesi de l'université de Campinas, que la conjecture est vraie pour cette famille. C'est, il me semble, la première famille non triviale d'arrangements de droites pour laquelle la conjecture est vérifiée.

La conjecture faible d'un arrangement de droites est la donnée du nombre t_i des points de multiplicité exactement $i > 1$. Sans que la question suivante soit clairement formulée dans un article, elle suscite l'intérêt parmi les chercheurs concernés par la conjecture de Terao :

« *la conjecture de Terao s'étend-elle à la combinatoire faible ?* »

En explicitant deux arrangements triangulaires de 15 droites ayant la même combinatoire faible dont l'un est libre et l'autre ne l'est pas nous donnons, avec S. Marchesi, une réponse négative à cette question.

Dans cet exposé j'expliquerai de la manière la plus élémentaire possible tout ce qui précède.