Résultats de régularités pour des problèmes elliptiques avec donnée sous la forme de mesure

Dans cet exposé, on étudie les solutions de l'équation de Laplace :

$$-\Delta u = g\delta_\sigma \quad \text{dans } Q \subseteq \mathbb{R}^3, \tag{1}$$

où δ_σ est la masse de Dirac sur une fissure σ de Q et $g \in L^2(\sigma)$.

On distingue deux cas. Dans le premier, on prend $\sigma = \{(0,0)\} \times \mathbb{R}$ une droite entière et $Q := \Omega \times \mathbb{R}$ un cylindre de $\mathbb{R}^3$ avec Ω un ouvert borné de $\mathbb{R}^2$ contenant $(0,0)$. Comme Ω est borné, dans ce cas, nous considérons le problème de Dirichlet associé à cette équation. Dans le deuxième, $Q = \mathbb{R}^3$ et σ est une demi droite de $\mathbb{R}^3$.

Dans les deux cas, la solution de (1) n'est pas dans $H^1(Q)$ (à cause de la masse de Dirac, le second membre à droite n'est pas dans $H^{-1}(Q)$), mais nous obtenons des résultats de régularité de la solution et des estimations a priori dans les espaces de Sobolev avec poids.