Nous étudions la notion de mots circulaires, introduits par B. Rittaud and L. Vivier en 2012 dans le contexte du système de numération de Fibonacci.

Un mot circulaire de longueur $\ell$ est un mot fini de $\ell$ lettres sur l'alphabet $\mathbb{Z}$ et indexées par $\mathbb{Z}/\ell\mathbb{Z}$. L'ensemble des mots circulaires de longueur $\ell$ est un groupe abélien sur lequel nous considérons une relation d'équivalence, définissant une "retenue" donnée par un polynôme entier.

Plus précisément, étant donné un polynôme $P(X) = \sum_{0\leq i\leq d} a_i X^i \in \mathbb{Z}[X]$, la relation de retenue $\approx$ définie par $P$ sur les mots circulaires $\overline{W} = (w_0 \dots w_{\ell-1})$ (les indices étant considérés modulo $\ell$) est basée sur les relations :

$$\forall i \mod \ell, W \approx (w_0 \dots (w_{i-d} + a_0) \dots (w_{i-1} + a_{d-1})(w_i + a_d) w_{i+1} \dots w_{\ell-1}).$$

Si les racines de $P$ ne sont pas des racines de l'unité, le groupe quotient des mots circulaires de longueur $\ell$ par cette relation est un groupe abélien fini dont la structure est déterminée par des outils algébriques et arithmétiques. Nous définissons ensuite le groupe des mots circulaires (de longueur quelconque) ainsi qu'un système de numération sur ce groupe. Cela aboutit à des représentations périodiques de nombres réels appartenant à l'intervalle $[0;1[$.

Il s'agit d'un travail commun avec Benoît Rittaud.