Journée de l'équipe
Géométrie et Systèmes dynamiques
Vendredi 18 novembre 2016

Salle René Baire

Heure	Intervenant	Titre
9h10-9h50	**Frédéric Déglise**	«*Des nombres de Betti aux motifs de Voevodsky*»
Pause Café		
10h20-11h00	**Bruno Santiago**	«*Sur l'existence de zéros communs pour les champs de vecteurs commutants en dimension 3.*»
11h10-11h50	**Ronan Terpereau**	*«Conditions de stabilité et filtrations associées.»*
Déjeuner		
14h-14h40	**Ricardo Uribe-Vargas**	*«Géométrie de la transformée de Legendre : Singularités de fronts d'onde et de caustiques. »*
14h50-15h10	**Michele Triestino**	*« Le flot de courbure pour les difféomorphismes du cercle »*
Pause Café		
15h30 -16h10	**Luis Paris**	«*Sous-groupes paraboliques des groupes d'Artin*»

Pour le repas : amener un plat salé ou sucré.

9h10-9h50	**Frédéric Déglise**	**Titre:** *«Des nombres de Betti aux motifs de Voevodsky »*

Résumé: La théorie des motifs est une lente résurgence de la notion de nombre de Betti, dont le point de départ est l'élaboration de l'homologie singulière. Dans cet exposé, je rappellerai les grandes étapes de cette évolution, avec le rôle majeur de Grothendieck. A partir de l'outil fourni par les cycles algébriques, je donnerai les définitions de la théorie de motifs, dans sa variante pure due à Grothendieck puis sa variante mixte due à Voevodsky. J'expliquerai un des théorèmes fondamentaux de la théorie de Voevosdky, et sa variante arithmétique que j'ai obtenu en collaboration avec Denis-Charles Cisinski.

10h20-11h00	**Bruno Santiago**	**Titre :**« *Sur l'existence des zéros communs pour les champs de vecteurs qui commutent en dimension 3.*»

Résumé : Le théorème de Poincaré-Hopf dit que la topologie d'une variété peut forcer l'existence de zéros pour les champs de vecteurs. Il est alors naturel de chercher des relations similaires entre la topologie d'une variété et l'existence de points fixes des actions des groupes plus généraux. Le premier résultat dans cette direction a été prouvé par Elon Lima dans les années 60. Il a montré qu'une action de R^n sur une surface de caractéristique d'Euler non nulle a un point fixe global.
En dimension plus grande, Christian Bonatti a prouvé, au début des années 90 que, pour toute variété analytique de dimension 3 ou 4, deux champs de vecteurs analytiques X et Y qui commutent (définissant ainsi une action analytique de R^2) ont un zéro commun dans chaque région compacte U sur lequel l'indice de Poincaré-Hopf Ind(X,U) de X est non-nul. La question de savoir si on peut prouver le même résultat en supposant que les champs X et Y ne sont pas analytiques (même en dimension 3 et pour les champs C^∞) reste ouverte depuis lors.
Récemment, avec Christian Bonatti, on a avancé sur ce problème en montrant : Soit X et Y, deux champs de vecteurs commutant de classe C1 d'une variété M de dimension 3 et U une région compacte sur laquelle l'indice Ind(X,U) est non-nul. Supposons de plus que l'ensemble des points de colinéarité entre X et Y est contenu dans une surface fermée de M. Alors il existe un zéro commun pour X et Y dans U.
Ce résultat ouvre une porte vers la résolution générale du problème en régularité C^3 . Avec Sébastien Alvarez nous avons dessiné une stratégie, illustrées par de nombreux cas particuliers.

11h10-11h50	**Ronan Terpereau**	**Titre**:*«Conditions de stabilité et filtrations associées.»*

Résumé: Beaucoup d'espaces de modules en géométrie algébrique sont construit en imposant une condition de stabilité sur des objets (géométriques, combinatoires, etc) et en considérant les objets stables ou semi-stables modulo une relation d'équivalence appropriée. Dans cet exposé, nous allons au contraire nous intéresser aux objets instables. Nous verrons des exemples où, pour une condition de stabilité donnée, un objet instable a deux (voire trois) filtrations "naturelles" par des objets semi-stables, et nous verrons que ces différentes filtrations ont des relations surprenantes.

14h-14h40	**Ricardo Uribe-Vargas**	**Titre :**« *Géométrie de la transformée de Legendre* : Singularités de fronts d'onde et de caustiques. »

Résumé : En géométrie différentielle classique et en théorie des corps convexes, les propriétés différentielles extrinsèques d'une courbe lisse γ du plan euclidien sont décrites par sa *fonction support* (dont la valeur en un point de la courbe γ est la distance entre l'origine et la droite tangente à γ en ce point). La fonction support fournit aussi la description des courbes équidistantes de γ (propagation des fronts d'onde) et de leurs singularités.
Je vais établir la correspondance entre les propriétés différentielles euclidiennes d'une courbe plane γ et les propriétés différentielles projectives du graphe ^γ de sa fonction support (qui habite dans $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$) . Notamment, je vais donner une construction géomérique élémentaire de l'isomorphisme entre le *grand front* de la courbe γ (qui est la réunion, dans l'espace-temps $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ des courbes équidistantes de γ) et l'hypersurface dualle du graphe ^γ de la fonction support (qui est la sous-variété de l'espace dual, formée des plans de $\mathbb{R}^3$ qui sont tangents au graphe ^γ).
La base de cette construction géométrique est la *transformée de Legendre*, qui n'est qu'un cas particulier de la *théorie des pôles et polaires* par rapport à une quadrique. On verra que la transformée de Legendre est un contactomorphisme de l'espace des 1-jets de fonctions $J^1(\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R})$ sur lui même. En fait, les résultats et les constructions présentés sont basés sur une relation entre trois variétés de contact : $J^1(\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R})$ $J^1(\mathbb{S}^1, \mathbb{R})$ et $ST^*\mathbb{R}^2$.

14h50-15h10	**Michele Triestino**	**Titre : «** *Le flot de courbure pour les difféomorphismes du cercle* **»**

Résumé : Cet exposé a le but de décrire un construction jolie, qui s'appuie sur des résultats classiques dans le monde des EDP. Le flot de courbure moyenne est l'un des flots géométriques les plus connus et étudiés. Dans certains cas, ce flot induit une évolution dans des espaces de difféomorphismes. Nous traitons le cas le plus simple, à savoir celui de la dimension 1. Dans ce contexte, on trouve que le flot de courbure définit
une rétraction de Diff(S1) sur S1, qui de plus commute avec la composition par les rotations, des deux cotés. Il s'agit d'un travail en commun avec Livio Flaminio.

15h30 -16h10	**Luis Paris**	**Titre :** « *Sous-groupes paraboliques des groupes d'Artin* »

Résumé : Un *groupe d'Artin* *A* est un groupe qui se définit de façon abstraite par un ensemble générateur *S* et des relations de la forme xyx· = yxy· où le mot de gauche a la même longueur que le mot de droite. Le sous-groupe A_T de A engendré par une partie T de S s'appelle un *sous-groupe parabolique* de A. C'est un fait non trivial que A_T lui-même est un groupe d'Artin. Le *groupe de tresses* $\mathbb{B}_n$ à n brins est l'exemple phare d'un groupe d'Artin, et, si $m \leqslant n$, alors $\mathbb{B}_m$, plongé de façon naturelle dans $\mathbb{B}_n$, est un sous-groupe parabolique de $\mathbb{B}_n$. Il n'existe pas de rétraction $A \to A_T$ au plongement $A_T \hookrightarrow A$ qui soit un homomorphisme, même dans le cas des groupes de tresses. Par contre il existe une rétraction ensembliste qui est ``naturelle'' dans le sens qui sera expliqué et qui a des applications surprenantes. L'objectif de cet exposé est de décrire cette rétraction et d'en expliquer certaines applications.