

# **Analyse, analyse numérique et contrôle des milieux continus**

Monday 21 May 2018 - Wednesday 23 May 2018

Faculté de Mathématique et Informatique de l'Université Bucarest

## **Livret des résumés**



# Contents

Equations nonlinéaires stochastiques du type Fokker-Planck . . . . .	1
Courbure moyenne dans l'espace de Minkowski / Mean curvature in Minkowski space . . . . .	1
Contrôlabilité de systèmes paraboliques continus et discrets . . . . .	1
Contrôlabilité à zéro de l'équation linéaire de Kuramoto-Sivashinsky sur des arbres étoilés / Null-controllability results for the linear Kuramoto-Sivashinsky equation on star-shaped trees . . . . .	1
Quelques méthodes récentes pour l'étude du système de Navier-Stokes à densité discontinue / Recent approaches for the study of the Navier-Stokes equations with discontinuous density . . . . .	2
Anneaux tourbillonnaires visqueux . . . . .	2
Comportement asymptotique des équations de convection-diffusion fractionnaires / Asymptotic behaviour for fractional diffusion-convection equations . . . . .	2
Sur les stabilités localisées de type onde-courte de certains écoulements géophysiques / On the short-wavelength stabilities of some geophysical flows . . . . .	3
Systèmes paraboliques, stabilisation et propriétés d'unique continuation / Parabolic systems, stabilization and unique continuation properties . . . . .	3
Stabilisation feedback d'un système de transition de phase avec effets de viscosité . . . . .	4
Contrôlabilité d'une équation à diffusion anormale / Controllability of an anomalous diffusion equation . . . . .	4
Quelques propriétés des schémas AP (Préservant l'Asymptotique). . . . .	4
Zero entropic relaxation time for a ferromagnetic fluid system . . . . .	5
Méthodes de contrôle optimal en optimisation de forme / Optimal Control Methods in shape Optimization . . . . .	5
Large-amplitude steady gravity water waves with constant vorticity . . . . .	6



0

## Equations nonlinéaires stochastiques du type Fokker-Planck

**Auteur(s):** BARBU, Viorel<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** RÖCKNER, Michael <sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Académie Roumaine, Iași, Roumanie*

<sup>2</sup> *U. Bielefeld, Allemagne*

**Auteur(s) contact:** vb41@uaic.ro

On étudie l'existence et l'unicité d'une équation nonlinéaire Fokker-Planck perturbée par un processus Gaussien multiplicatif. Les résultats présentés ici ont été obtenus en collaboration avec Michael Röckner (Université de Bielefeld).

1

## Courbure moyenne dans l'espace de Minkowski/ Mean curvature in Minkowski space

BEREANU, Cristian<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *U. de Bucarest, Roumanie*

**Auteur(s) contact:** cbereanu@imar.ro

In this talk I will survey some results about boundary value problems (Dirichlet and Neumann) associated to nonlinear perturbations of the mean curvature in Minkowski space. Nonsmooth critical point theory and Leray -Schauder degree are the main tools in our proofs.

2

## Contrôlabilité de systèmes paraboliques continus et discrets

BOYER, Franck<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *U. Paul Sabatier, Toulouse, France*

**Auteur(s) contact:** franck.boyer@math.univ-toulouse.fr

Dans cet exposé, je présenterai quelques résultats concernant les propriétés de contrôlabilité à zéro de systèmes paraboliques couplés et de leurs discrétisations. Je considérerai en particulier le cas où il y a moins de contrôles que d'équations, ce qui peut engendrer, en fonction de la structure des termes de couplage, des phénomènes inattendus comme des conditions géométriques de contrôle ou des temps minimaux de contrôle.

3

## Contrôlabilité à zéro de l'équation linéaire de Kuramoto-Sivashinsky sur des arbres étoilés / Null-controllability results for the linear Kuramoto-Sivashinsky equation on star-shaped trees

**Auteur(s):** CAZACU, Cristian<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** IGNAT, Liviu <sup>2</sup> ; PAZOTO, Ademir <sup>3</sup>

<sup>1</sup> *U. de Bucarest/ICUB & IMAR, Roumanie*

<sup>2</sup> *IMAR, Bucarest, Roumanie*

<sup>3</sup> *U. Fédérale de Rio de Janeiro, Brésil*

**Auteur(s) contact:** cristian.cazacu@fmi.unibuc.ro

In this talk we discuss null-controllability properties for the linear Kuramoto-Sivashinsky equation on a star-shaped tree with two types of boundary conditions, with boundary controls acting on the external vertices of the tree. Roughly speaking, we show that with few exceptions (when the so-called anti-diffusion parameter belongs to a countable critical set) at any positive time the system is null-controllable when acting with controls on a part of the external vertices. We point out that the critical set for which the null-controllability fails differs from the first model to the second one.

This is a joint work with Liviu Ignat (“Simion Stoilow” Institute of Mathematics of the Romanian Academy, Romania) and Ademir Pazoto (Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil).

Partially supported by a Young Researchers Grant awarded by ICUB (The Research Institute of the University of Bucharest) and CNCS-UEFISCDI Grant No. PN-III-P4-ID-PCE-2016-0035.

4

## Quelques méthodes récentes pour l'étude du système de Navier-Stokes à densité discontinue / Recent approaches for the study of the Navier-Stokes equations with discontinuous density

DANCHIN, Raphaël<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *U. Paris-Est , Créteil, France*

**Auteur(s) contact:** danchin@u-pec.fr

The inhomogeneous incompressible Navier-Stokes equations that govern the evolution of viscous incompressible flows with non-constant density have received a lot of attention lately. In this talk, we shall focus on the singular situation where the density is discontinuous, which is in particular relevant for describing the evolution of a mixture of two incompressible and non reacting fluids with constant density, or of a drop of liquid in vacuum.

5

## Anneaux tourbillonnaires visqueux

**Auteur(s):** GALLAY, Thierry<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** SVERAK, Vladimir <sup>2</sup>

<sup>1</sup> *U. Grenoble-Alpes, France*

<sup>2</sup> *U. Minnesota, Minneapolis, États-Unis*

**Auteur(s) contact:** Thierry.Gallay@univ-grenoble-alpes.fr

Un anneau tourbillonnaire est un écoulement dans lequel les lignes de tourbillon remplissent un tore plein, qui se déplace à vitesse constante le long de son axe de symétrie. Des écoulements de ce genre se rencontrent fréquemment dans la nature, et paraissent remarquablement stables. Pour l'équation d'Euler incompressible à symétrie cylindrique, on peut d'ailleurs en construire par des méthodes variationnelles. Dans cet exposé, on considère le cas d'un fluide visqueux et on montre que les équations de Navier-Stokes incompressibles à symétrie cylindrique sont globalement bien posées lorsque la donnée initiale est un filament tourbillonnaire, c'est-à-dire quand le tourbillon initial est une mesure vectorielle supportée par un cercle. Il s'agit d'un résultat obtenu en collaboration avec Vladimir Sverak (Minneapolis).

6

## Comportement asymptotique des équations de convection-diffusion fractionnaires / Asymptotic behaviour for fractional diffusion-convection equations

**Auteur(s):** IGNAT, Liviu<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** STAN, Diana <sup>2</sup>

<sup>1</sup> *IMAR, Bucarest, Roumanie*

<sup>2</sup> *Basque Center for Applied Mathematics, Bilabao, Espagne*

**Auteur(s) contact:** liviu.ignat@imar.ro

In this talk, we analyze the long time behaviour of the solutions of the equation

$$u_t(t, x) + (-\Delta)^{\alpha/2} u(t, x) + (f(u))_x = 0, \quad t \in (0, \infty), \quad x \in \mathbf{R},$$

where  $\alpha \in (0, 2)$  and  $f(s) = |s|^{q-1}s/q$  with  $q \in (1, \infty)$ . We present some previous results on the asymptotic expansion of the solutions when the time goes to infinity. We prove that in the one-dimensional case, for  $q \in (1, \alpha)$  the asymptotic behaviour is given by the entropy solution of the conservation law  $u_t(t, x) + (f(u))_x = 0$ ,  $u(0) = M\delta_0$  where  $M$  is the mass of the initial data. The proof relies on tricky inequalities to guarantee an Oleinik type inequality  $(u^{q-1})_x \leq 1/t$ .

This is a joint work with Diana Stan. This presentation is partially supported by CNCS-UEFISCDI No. PN-III-P4- ID-PCE-2016-0035.

7

## Sur les stabilités localisées de type onde-courte de certains écoulements géophysiques / On the short-wavelength stabilities of some geophysical flows

IONESCU-KRUSE, Delia<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *IMAR, Bucarest, Roumanie*

**Auteur(s) contact:** delia.ionescu@imar.ro

This talk is a survey of the short-wavelength stability method for rotating flows. This method is applied to the specific study of some exact geophysical flows. For Gerstner-like geophysical flows one can identify perturbations in certain directions as a source of instabilities with an exponentially growing amplitude, the growth rate of the instabilities depending on the steepness of the travelling wave profile. On the other hand, for certain physically realistic velocity profiles, steady flows moving only in the azimuthal direction, with no variation in this direction, are locally stable to the short-wavelength perturbations. . . .

8

## Systèmes paraboliques, stabilisation et propriétés d'unique continuation / Parabolic systems, stabilization and unique continuation properties

**Auteur(s):** LEFTER, Cătălin-George<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** MAYER, Octav <sup>2</sup> ; MELNIG, Elena-Alexandra <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *U. Alexandru Ioan Cuza, Iași, Roumanie*

<sup>2</sup> *Institut de Mathématiques, Iași, Roumanie*

**Auteur(s) contact:** catalin.lefter@uaic.ro

On considère des systèmes paraboliques sémi-linéaires contrôlés et on étudie la stabilisation feedback avec contrôles supportés dans un sous-domaine. On s'intéresse du cas où on a un seul contrôle qui agit simultanément dans les deux équations. L'approche est basée sur la contrôlabilité approchée du linéarisé et l'utilisation d'une norme issue d'une certaine équation de Lyapunov. On discute des applications aux équations de réaction-diffusion.

On s'intéresse aussi à l'étude de la continuation unique en utilisant des estimations de Carleman adéquates et aussi à la continuation unique au moment initial obtenue en termes de rate d'annulation dans un sous-domaine.

La première partie de l'exposé est basée sur un travail en collaboration avec Elena-Alexandra Melnig.

We consider controlled systems of semilinear parabolic equations and we study feedback stabilization with controls supported in a subdomain. We are interested in the situation when only one control acts simultaneously in both equation. The approach is based on approximate controllability for the linearized system and the use of an appropriate norm obtained from a Lyapunov equation. Applications to reaction diffusion systems are discussed.

We are also interested to the study of unique continuation by appropriate Carleman estimates and also to unique continuation at initial time obtained in terms of vanishing rate in a subdomain. First part of the talk is based on a joint work with Elena-Alexandra Melnig.

9

## Stabilisation feedback d'un système de transition de phase avec effets de viscosité

MARINOSCHI, Gabriela<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ISMMA, Bucarest, Roumanie

**Auteur(s) contact:** gabimarinoschi@yahoo.com

On présente la stabilisation feedback d'un système de transition de phase de type Cahn-Hilliard avec des effets de viscosité dans l'équation pour la phase, en utilisant un contrôle feedback avec support dans un sous-ensemble du domaine. La technique est basée sur la construction du contrôle comme une combinaison linéaire des modes instables du système linéarisé correspondant, suivie par sa représentation sous forme feedback au moyen d'une méthode d'optimisation. Les résultats sont fournis à la fois pour un potentiel régulier dans l'équation de phase (le double potentiel) et pour un potentiel singulier de type logarithmique. Le cas limite lorsque la viscosité tend vers zéro est également présenté.

10

## Contrôlabilité d'une équation à diffusion anormale/Controllability of an anomalous diffusion equation

**Auteur(s):** MICU, Sorin<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** NIȚĂ, Constantin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> U. Craiova, Roumanie

**Auteur(s) contact:** sd\_micu@yahoo.com

Many physical phenomena are characterized by an anomalous diffusion when the mean square displacement of a particle will grow at a nonlinear rate in time. Some typical examples are the subdiffusional mobility of the proteic macromolecules in overcrowded cellular cytoplasm [3] and the smoke's superdiffusion in turbulent atmosphere [2].

We consider a simple one dimensional linear model which describes an anomalous diffusive behavior, involving a fractional Laplace operator, and we study its controllability property. If the fractional power of the Laplace operator is less or equal than  $\frac{1}{2}$ , the system is not spectrally controllable [1].

The aim of the paper is twofold. Firstly, to analyze the possibility of controlling a finite number  $N$  of eigenmodes of the solution and to find the behavior of the corresponding controls when  $N$  tends to infinity. Secondly, to investigate the null-controllability property of the system when the support of the control moves linearly with respect to time.

[1] Sorin Micu and Enrique Zuazua, On the controllability of a fractional order parabolic equation, SIAM J. Control Optim. 44 (2006), 1950-1972.

[2] Michael F. Shlesinger, Joseph Klafter and Bruce J. West, Levy walks with applications to turbulence and chaos, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 140 (1986), 212-218.

[3] Matthias Weiss, Markus Elsner, Fredrik Kartberg and Tommy Nilsson, Anomalous Subdiffusion Is a Measure for Cytoplasmic Crowding in Living Cells, Biophysical Journal 87 (2004), 3518-3524.



11

## Quelques propriétés des schémas AP (Préservant l'Asymptotique).

NEGULESCU, Claudia<sup>1</sup><sup>1</sup> *U. Paul Sabatier, Toulouse, France***Auteur(s) contact:** claudia.negulescu@math.univ-toulouse.fr

Les problèmes multi-échelles (contenant des échelles disparates en espace et temps) sont très fréquents dans la nature et difficiles à traiter d'un point de vue théorique ainsi que numérique. Je vais présenter dans cet exposé une nouvelle approche pour une résolution efficace d'un problème d'évolution contenant un terme de transport raid. Il s'agit d'une approche préservant l'asymptotique, quand le paramètre de raideur tend vers zéro, technique désignée "AP-method". Cette méthode sera aussi comparée avec des méthodes plus traditionnelles, implicites-explicites (IMEX-methods). L'application visée vient de la description cinétique (équation de Boltzmann, Fokker-Planck, Vlasov) des plasmas thermonucléaires, confinés par un très fort champ magnétique.

12

## Zero entropic relaxation time for a ferromagnetic fluid system

SCROBOGNA, Stefano<sup>1</sup><sup>1</sup> *Centre Basque de Mathématiques Appliquées, Bilbao, Espagne***Auteur(s) contact:** sscrobogna@bcamath.org

In the physical sciences, relaxation usually means the return of a perturbed system to equilibrium. Each relaxation process can be categorized by a relaxation time  $\tau$ , for a generic commercial grade ferrofluid (a mixture of nanoscale ferromagnetic particles of a compound containing iron suspended in a fluid) the relaxation time is very small, of the order  $\tau \approx 10^{-9}$ ; it makes hence sense to provide an asymptotic approximation when  $\tau \rightarrow 0$ . In this talk I will explain how to construct solutions for the Shliomis model of ferrofluids in a critical space of infinite  $L^2$  energy uniformly for  $\tau \in (0, \tau_0)$ , such uniform construction will allow us to study the limit regime  $\tau \rightarrow 0$  and the convergence of the critical solutions.

13

## Méthodes de contrôle optimal en optimisation de forme / Optimal Control Methods in shape Optimization

TIBA, Dan<sup>1</sup><sup>1</sup> *IMAR, Bucarest, Roumanie***Auteur(s) contact:** dan.tiba@imar.ro

A typical example of shape optimization problems has the form:

$$\text{Min}_{\Omega \in \mathcal{O}} \int_{\Lambda} j(x, y_{\Omega}(x), \nabla y_{\Omega}(x)) dx,$$

$$-\Delta y_{\Omega} = f \quad \text{in } \Omega,$$

$$y_{\Omega} = 0 \quad \text{on } \partial\Omega$$

with other supplementary constraints (on  $y, \Omega$ , etc.), if necessary. Here,  $\Omega \subset D$  is an (unknown) domain,  $D$  is some given bounded Lipschitzian domain,  $f \in L^2(D)$ ,  $j(\cdot, \cdot, \cdot)$  is a Caratheodory mapping and  $\Lambda$  is either  $\Omega$  or some fixed subdomain  $E \subset D$ .

Let me also mention that many geometric optimization problems arising in mechanics (for plates, beams, arches, curved rods or shells), are expressed, as well, as optimal control problems by the coefficients, due to the special form of their models. This point is not discussed here.

The presentation will discuss in detail two cases: optimization of a plate with holes and a penalization approach to a general shape optimization problem. Boundary observation problems will also be presented if time allows.

An essential ingredient in these developments is the implicit parametrization method that allows an advantageous description of implicitly defined manifolds via iterated Hamiltonian systems.

14

## Large-amplitude steady gravity water waves with constant vorticity

**Auteur(s):** VĂRVĂRUCA, Eugen<sup>1</sup>

**Co-auteur(s)** CONSTANTIN, Adrian<sup>2</sup> ; STRAUSS, Walter<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *U. Alexandru Ioan Cuza, Iași, Roumanie*

<sup>2</sup> *U. de Vienne, Autriche*

<sup>3</sup> *Brown U., Providence, Etats-Unis*

**Auteur(s) contact:** eugen.varvaruca@uaic.ro

We consider the problem of two-dimensional travelling water waves propagating under the influence of gravity in a flow of constant vorticity over a flat bed. By using a conformal mapping from a strip onto the fluid domain, the governing equations are recasted as a one-dimensional pseudodifferential equation that generalizes Babenko's equation for irrotational waves of infinite depth. We explain how an application of the theory of global bifurcation in the real-analytic setting leads to the existence of families of waves of large amplitude that may have critical layers and/or overhanging profiles. Some new a priori bounds and geometric properties of the solutions on the global bifurcating branches will also be presented. This is joint work with Adrian Constantin (University of Vienna, Austria) and Walter Strauss (Brown University, USA).