

# **Transitions de phase et équations non locales**

## **Rapport sur les contributions**

Transitions de ph... / Rapport sur les contributions

Ouverture

ID de Contribution: 1

Type: **Non spécifié**

## Ouverture

*mercredi 25 avril 2018 08:45 (15 minutes)*

Transitions de ph... / Rapport sur les contributions

Sur les défauts du type "anneau de ...

ID de Contribution: 3

Type: Non spécifié

## **Sur les défauts du type "anneau de Saturne" des cristaux liquides nématiques/On Saturn-ring defects in a nematic liquid crystal**

*vendredi 27 avril 2018 09:00 (1 heure)*

We consider energy minimizing configurations of a nematic liquid crystal, as described by the Landau-de Gennes model. We focus on an important model problem concerning a nematic surrounding a spherical colloid particle, with normal anchoring at the surface. For topological reasons, the nematic director must exhibit a defect (singularity), which may take the form of a point or line defect. We consider two physical regimes in which "Saturn-ring" configurations will be energetically favorable: the case of colloids of small radius, and the case of strong applied magnetic fields.

**Auteur principal:** BRONSARD, Lia (McMaster University)

**Co-auteurs:** ALAMA, Stan (McMaster University, Canada); LAMY, Xavier (U. Paul Sabatier, Toulouse, France)

**Orateur:** BRONSARD, Lia (McMaster University)

Transitions de ph... / Rapport sur les contributions

Sur l'approximation champ de pha ...

ID de Contribution: 4

Type: Non spécifié

# **Sur l'approximation champ de phase des problèmes variationnels faisant intervenir des ensembles connexes 1D/On a phase-field approximation of variational problems involving 1D-connected sets**

*mercredi 25 avril 2018 11:30 (1 heure)*

It is nowadays classical that phase transition models such as the Cahn-Hilliard energy can be used to regularize some more delicate functionals of geometric nature such as the Perimeter functional or more generally the  $(N - 1)$ -Hausdorff measure. This procedure is sometimes called a Phase-Field method in numerical analysis and has been used in order to approximate some classical shape optimization problems or free discontinuity problems arising in the calculus of variations. In this talk I will present an elementary way to constraint the connectedness of the unknown set in the phase-field approach. This applies for instance to the so-called Steiner Problem, for which we indeed get a phase-field approximation, but also to other minimizing functionals on which a connectedness constraint is added. This new approach give rise to some interesting mathematical problems, both from the theoretical point of view than from the numerical one.

**Auteur principal:** LEMENANT, Antoine (U. Paris-Diderot, France)

**Orateur:** LEMENANT, Antoine (U. Paris-Diderot, France)

Transitions de ph... / Rapport sur les contributions

La théorie d'Oseen-Frank des crist...

ID de Contribution: 5

Type: Non spécifié

## **La théorie d’Oseen-Frank des cristaux liquides/The Oseen-Frank theory of liquid crystals**

*mercredi 25 avril 2018 16:30 (1 heure)*

The lecture will discuss the classical Oseen-Frank theory of nematic liquid crystals, and some results with Epifanio Virga on energy-minimizing properties of universal solutions, and with Lu Liu on exterior problems.

**Auteur principal:** BALL, John (U. Oxford, Royaume Uni)

**Co-auteurs:** VIRGA, Epifanio (U. Pavie, Italie); LIU, Lu (U. Oxford, Royaume Uni)

**Orateur:** BALL, John (U. Oxford, Royaume Uni)

## Un problème variationnel dégénéré/A degenerate variational problem

*mercredi 25 avril 2018 10:00 (1 heure)*

Nous considérons un problème en calcul des variations pour des fonctions définies sur un ouvert borné et à valeurs scalaires, et pour un intégrande convexe qui n'est ni régulier ni strictement convexe. Nous décrivons les propriétés de régularité et d'unicité des solutions. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Guy Bouchitté.

We present a scalar problem in the multiple integrals calculus of variations with a convex Lagrangian which is neither smooth nor strictly convex. We describe the regularity of the solutions and we address the uniqueness problem. This is a joint work with Guy Bouchitté.

**Auteur principal:** BOUSQUET, Pierre (U. Paul Sabatier, Toulouse III, France)

**Co-auteur:** BOUCHITTÉ, Guy (U. Toulon, France)

**Orateur:** BOUSQUET, Pierre (U. Paul Sabatier Toulouse III, France)

## **Transitions de phase et problèmes non locaux pour écoulements compressibles/Phase transitions and nonlocal problems arising in compressible flows**

*jeudi 26 avril 2018 09:00 (1 heure)*

The aim of this talk is to present quantitative estimates for transport equations with rough, i.e. non-smooth, velocity fields. The final goal is to use those estimates to obtain new global existence results à la Leray on complex systems where the transport equations is coupled to other PDEs for instance as in fluid mechanics. We will explain for instance how it helps to treat phase transitions and nonlocal problems arising naturally in compressible flows.

**Auteur principal:** BRESCH, Didier (CNRS Chambéry, France)

**Co-auteur:** JABIN, Pierre-Emmanuel (U. Maryland, États-Unis)

**Orateur:** BRESCH, Didier (CNRS Chambéry, France)

## Modèles sous-quadratiques pour les cristaux liquides nématiques/Subquadratic models for nematic liquid crystals

vendredi 27 avril 2018 11:30 (1 heure)

Nematic liquid crystals are matter in an intermediate phase between the solid and the liquid ones. The constituent molecules, while isotropically distributed in space, retain long-range orientational order. The classical variational theories for nematic liquid crystals are quadratic in the gradient and as a consequence, configurations with a singular line have infinite energy within these theories. On the other hand, line defects are commonly observed in these materials. Based on this observation, Ball and Bedford have proposed models with subquadratic growth in the gradient. In this talk, we discuss some properties of a subquadratic Landau-de Gennes model and its relations with the models that have been proposed by Ball and Bedford. The talk is based on a joint work with Giandomenico Orlandi (University of Verona, Italy) and on a work in progress with Apala Majumdar (University of Bath, UK) and Bianca Stroffolini (University of Naples Federico II, Italy).

**Auteur principal:** CANEVARI, Giacomo (Basque Center for Applied Mathematics, Bilbao, Espagne)

**Co-auteurs:** MAJUMDAR, Apala (U. of Bath, Royaume-Uni); STROFFOLINI, Bianca (U. di Napoli Federico II, Italie); ORLANDI, Giandomenico (U. di Verona, Italie)

**Orateur:** CANEVARI, Giacomo (Basque Center for Applied Mathematics, Bilbao, Espagne)

# **Le spectre d'un opérateur de Schrödinger dans un domaine de type fil, avec potentiel dégénéré purement imaginaire, dans la limite semi-classique/The spectrum of a Schrödinger operator in a wire-like domain with a purely imaginary degenerate potential in the semiclassical limit**

jeudi 26 avril 2018 14:00 (1 heure)

Consider a two-dimensional domain shaped like a wire, not necessarily of uniform cross section. Let  $V$  denote an electric potential driven by a voltage drop between the conducting surfaces of the wire. We consider the operator  $A_h = -h^2\Delta + iV$  in the semi-classical limit  $h \rightarrow 0$ . We obtain both the asymptotic behaviour of the left margin of the spectrum, as well as resolvent estimates on the left side of this margin. We extend here previous results obtained for potentials for which the set where the current (or  $\nabla V$ ) is normal to the boundary is discrete, in contrast with the present case where  $V$  is constant along the conducting surfaces.

**Auteur principal:** HELFFER, Bernard (U. Nantes, France)

**Co-auteur:** ALMOG, Yaniv (Louisiana State U., États-Unis)

**Orateur:** HELFFER, Bernard (U. Nantes, France)

## **Régularité optimale des solutions d'entropie de l'équation eikonale/Optimal regularity of entropy solutions to the Eikonal equation**

*jeudi 26 avril 2018 11:30 (1 heure)*

The class of entropy solutions to the eikonal equation arises in connection with the asymptotics of the Aviles-Giga energy, a model related to smectic liquid crystals, thin film elasticity and micro-magnetism. We prove, using a new simple form of the kinetic formulation, that this class coincides with the class of solutions which enjoy a certain Besov regularity.

**Auteur principal:** LAMY, Xavier (U. Paul Sabatier, Toulouse, France)

**Co-auteur:** GHIRALDIN, Francesco (U. Basel, Suisse)

**Orateur:** LAMY, Xavier (U. Paul Sabatier Toulouse III, France)

ID de Contribution: **12**

Type: **Non spécifié**

## **Applications harmoniques fractionnaires et surfaces minimales locales ou non locales**

*vendredi 27 avril 2018 16:30 (1 heure)*

Dans cet exposé, je présenterai des résultats de régularité partielle pour les applications harmoniques fractionnaires. L'équation sous-jacente est l'analogue du système des applications harmoniques à valeurs dans une variété où le Laplacien est ici remplacé par le Laplacien fractionnaire. J'expliquerai également leur lien avec les surfaces minimales à frontière libre et les surfaces minimales non locales de L. Caffarelli, J.M. Roquejoffre, et O. Savin.

**Auteur principal:** MILLOT, Vincent (U. Paris-Diderot, France)

**Orateur:** MILLOT, Vincent (U. Paris-Diderot, France)

## Deux problèmes variationnels liés aux opérateurs en forme divergence avec symbole à croissance rapide

vendredi 27 avril 2018 15:00 (1 heure)

Dans cette lecture nous présentons des résultats concernant deux problèmes distincts, obtenus en collaboration avec Marian Bocea.

Premièrement, nous étudions la famille d'équations aux dérivées partielles  $-\varepsilon\Delta u - 2\Delta_\infty u = 0$  ( $\varepsilon > 0$ ) dans un domaine  $\Omega$  avec une condition aux limites de Dirichlet. Dans le cas où  $\varepsilon = 1$ , qui est étroitement lié à l'étude des fonctions harmoniques exponentielles, on établit l'existence et l'unicité d'une solution classique. Celle-ci est l'unique minimiseur de la fonctionnelle d'énergie convenable associée à ce problème dans un sous-ensemble fermé d'un espace d'Orlicz-Sobolev. Plus spécifiquement, cette énergie est l'intégrale sur  $\Omega$  de la densité exponentielle d'énergie  $u \mapsto \frac{1}{2} \exp(|\nabla u|^2)$ . On explore aussi les connections entre les solutions classiques de ces problèmes et des fonctions  $\infty$ -harmoniques et harmoniques par l'étude du comportement aux limites des solutions quand  $\varepsilon \rightarrow 0^+$  et, respectivement,  $\varepsilon \rightarrow \infty$ . Dans le premier cas, on retrouve un résultat de L. C. Evans & Y. Yu (CPDE, 2007).

Puis, nous étudions le problème de minimisation

$$\Lambda_1(p) := \inf_{u \in X_0 \setminus \{0\}} \frac{\int_{\Omega} (\exp(|\nabla u|^p) - 1) dx}{\int_{\Omega} (\exp(|u|^p) - 1) dx},$$

où  $X_0 = W^{1,\infty}(\Omega) \cap (\cap_{q>1} W_0^{1,q}(\Omega))$ , quand  $\Omega \subset \mathbb{R}^D$  ( $D \geq 1$ ) est un domaine ouvert, borné, convexe avec la frontière régulière et  $p \in (1, \infty)$ . On montre que  $\Lambda_1(p)$  est soit zéro, lorsque le maximum de la fonction distance à la frontière de  $\Omega$  est strictement supérieur à 1, soit un numéro réel strictement positif, lorsque le maximum de la fonction distance vers la frontière de  $\Omega$  se trouve dans l'intervalle  $(0, 1]$ . Dans le dernier cas nous donnons des estimations pour  $\Lambda_1(p)$  et nous montrons que pour  $p \in (1, \infty)$  suffisamment large  $\Lambda_1(p)$  coïncide avec la fréquence principale du  $p$ -Laplacien dans  $\Omega$ . Nous discutons aussi des cas particuliers et des problèmes connexes.

Cette présentation est partiellement soutenue par le projet CNCS-UEFISCDI No. PN-III-P4-ID-PCE-2016-0035.

**Auteur principal:** MIHĂILESCU, Mihai (U. Craiova, Roumanie)

**Co-auteur:** BOCEA, Marian (Loyola U. of Chicago, États-Unis)

**Orateur:** MIHĂILESCU, Mihai (U. Craiova, Roumanie)

## **Les hamiltoniens effectifs de Peierls-Onsager en tant que OPD magnétiques**

*jeudi 26 avril 2018 15:00 (1 heure)*

On presente des résultats obtenus en collaboration avec Horia Cornean, Bernard Helffer et Viorel Iftimie concernant l'utilisation du calcul pseudodifférentiel magnétique pour la construction des hamiltoniens effectifs de Peierls - Onsager pour l'étude des électrons dans un potentiel périodique et un champ magnétique faible et lisse.

**Auteur principal:** PURICE, Radu (Institut de Mathématiques Simion Stoilow de l'Académie Roumaine, Bucarest, Roumanie)

**Co-auteurs:** HELFFER, Bernard (U. Nantes, France); CORNEAN, Horia (U. of Aalborg, Denmark); IFTIMIE, Viorel (U. Bucarest, Roumanie)

**Orateur:** PURICE, Radu (Institut de Mathématiques Simion Stoilow de l'Académie Roumaine, Bucarest, Roumanie)

Transitions de ph... / Rapport sur les contributions

Distances entre classes ...

ID de Contribution: **15**

Type: **Non spécifié**

## **Distances entre classes d'homotopie de $W^{s,p}(S^N, S^N)$ /Distances between homotopy classes of $W^{s,p}(S^N, S^N)$**

*vendredi 27 avril 2018 10:00 (1 heure)*

When  $sp \geq N$  the space  $W^{s,p}(S^N, S^N)$  can be decomposed into homotopy classes according to the degree of the maps. We consider two natural distances between different classes.

We prove estimates, and in some cases even explicit formulas, for these distances. Most of the work is joint with Haim Brezis (Rutgers and Technion) and Petru Mironescu (Lyon 1).

**Auteur principal:** SHAFRIR, Itai (Technion-Israel Institute of Technology, Israel)

**Co-auteurs:** BREZIS, Haïm (Rutgers, États-Unis & Technion- Israel Institute of Technology, Israël); MIRODESCU, Petru (U. Lyon 1, France)

**Orateur:** SHAFRIR, Itai (Technion-Israel Institute of Technology, Israël)

## **Topologie de Hölder sur le groupe de Heisenberg/Hölder Topology of the Heisenberg group**

*jeudi 26 avril 2018 10:00 (1 heure)*

The Heisenberg groups are examples of sub-Riemannian manifolds homeomorphic, but not diffeomorphic to the Euclidean space. Their metric is derived from curves which are only allowed to move in so-called horizontal directions.

When one considers approximation or extension problems for Sobolev maps into the Riemannian manifolds it is known that topological properties of the target manifold play a role. However, due to the homeomorphism, the topology of the Heisenberg group is the same as the Euclidean space. A notion of Hölder topology is needed. I will report on some progress (with Hajlasz) on some topological features of the Heisenberg group, in particular on an embedding question due to Gromov.

**Auteur principal:** SCHIKORRA, Armin (U. Pittsburgh, États-Unis)

**Co-auteur:** HAJLASZ, Piotr (U. Pittsburgh, États-Unis)

**Orateur:** SCHIKORRA, Armin (U. Pittsburgh, États-Unis)

## **Résultats de symétrie pour des équations non locales semi-linéaires et quasi-linéaires/Symmetry results for semi-linear and quasilinear nonlocal equations**

*vendredi 27 avril 2018 14:00 (1 heure)*

Motivated by a conjecture of De Giorgi on the Allen-Cahn Equation and classification results for some its solutions, we will describe recent results related to one-dimensional symmetry for solutions of nonlocal equations involving possibly nonlinear nonlocal operators. We will concentrate mainly in low dimensions and present several ways to attack this problem. We will then describe open problems and links with nonlocal minimal surfaces. This is based on joint works with X. Cabre (UPC, Barcelona), E. Valdinoci (Universita di Milano) and M. Fazly (UT San Antonio, USA).

**Auteur principal:** SIRE, Yannick (U. Johns Hopkins, États-Unis)

**Co-auteurs:** VALDINOCI, E. (U. Milan, Italie); FAZLY, M. (U. Sans Antonio, États-Unis); CABRE, X. (UPC Barcelone, Espagne)

**Orateur:** SIRE, Yannick (U. Johns Hopkins, États-Unis)

Transitions de ph... / Rapport sur les contributions

Existence et approximation pour d...

ID de Contribution: **18**

Type: **Non spécifié**

## **Existence et approximation pour des modèles variationnels de rupture fragile/Existence and approximation for variational models of brittle fracture**

*mercredi 25 avril 2018 09:00 (1 heure)*

We will present recent results obtained in collaboration with S. Conti (U. Bonn), G. Francfort (U. Paris-Nord), V. Crismale (E. Polytechnique, Palaiseau) and F. Iurlano (U. Pierre et Marie Curie, Paris) on the brittle fracture model of Francfort and Marigo (1998), which is a variational version of Griffith's classical model to predict crack growth. We will discuss existence of minimizers for the static problem, phase-field approximation and the issue of non-interpenetration.

**Auteur principal:** CHAMBOLLE, Antonin (Ecole Polytechnique, France)

**Co-auteur:** CRISMALE, V.

**Orateur:** CHAMBOLLE, Antonin (Ecole Polytechnique, France)

## **Intégrabilité du degré de Brouwer et règle de la chaîne pour les Jacobiens au sens des distributions/Integrability of the Brouwer degree and chain rules for distributional Jacobians**

*jeudi 26 avril 2018 16:30 (1 heure)*

We reconsider the proof of uniqueness of isometric immersions of two-dimensional spheres with positive Gauss curvature, with derivatives in a certain Hölder class. We observe that an understanding of the integrability properties of the Brouwer degree is crucial to extend the range of validity for the uniqueness statement. We take this as a motivation to state and prove a theorem about the integrability of the Brouwer degree with irregular arguments. Furthermore, we show how these questions are linked to the validity of the chain rule for distributional Jacobian determinants  $[Ju]$  of maps  $u : \Omega \rightarrow \mathbf{R}^n$  in certain fractional Sobolev spaces. We prove the so-called weak chain rule for  $u \in W^{s,n}(\Omega, \mathbf{R}^n)$ , where  $\Omega \subset \mathbf{R}^n$  and  $s > (n - 1)/n$ , and the so-called strong chain rule for  $u \in W^{s,n+1}(\Omega, \mathbf{R}^n)$  where  $s > n/(n + 1)$ .

**Auteur principal:** OLBERMANN, Heiner (Université de Leipzig, Allemagne)

**Co-auteur:** GLADBACH, Peter (Université de Leipzig, Allemagne)

**Orateur:** OLBERMANN, Heiner (Université de Leipzig, Allemagne)