

Deux problèmes variationnels liés aux opérateurs en forme divergence avec symbole à croissance rapide

Friday, 27 April 2018 15:00 (1 hour)

Dans cette lecture nous présentons des résultats concernant deux problèmes distincts, obtenus en collaboration avec Marian Bocea.

Premièrement, nous étudions la famille d'équations aux dérivées partielles

$-\varepsilon \Delta u - 2\Delta_\infty u = 0$ ($\varepsilon > 0$) dans un domaine Ω avec une condition aux limites de Dirichlet. Dans le cas où $\varepsilon = 1$, qui est étroitement lié à l'étude des fonctions harmoniques exponentielles, on établit l'existence et l'unicité d'une solution classique. Celle-ci est l'unique minimiseur de la fonctionnelle d'énergie convenable associée à ce problème dans un sous-ensemble fermé d'un espace d'Orlicz-Sobolev. Plus spécifiquement, cette énergie est l'intégrale sur Ω de la densité exponentielle d'énergie $u \mapsto \frac{1}{2} \exp(|\nabla u|^2)$. On explore aussi les connections entre les solutions classiques de ces problèmes et des fonctions ∞ -harmoniques et harmoniques par l'étude du comportement aux limites des solutions quand $\varepsilon \rightarrow 0^+$ et, respectivement, $\varepsilon \rightarrow \infty$. Dans le premier cas, on retrouve un résultat de L. C. Evans & Y. Yu (CPDE, 2007).

Puis, nous étudions le problème de minimisation

$$\Lambda_1(p) := \inf_{u \in X_0 \setminus \{0\}} \frac{\int_{\Omega} (\exp(|\nabla u|^p) - 1) dx}{\int_{\Omega} (\exp(|u|^p) - 1) dx},$$

où $X_0 = W^{1,\infty}(\Omega) \cap (\cap_{q>1} W_0^{1,q}(\Omega))$, quand $\Omega \subset \mathbb{R}^D$ ($D \geq 1$) est un domaine ouvert, borné, convexe avec la frontière régulière et $p \in (1, \infty)$. On montre que $\Lambda_1(p)$ est soit zéro, lorsque le maximum de la fonction distance à la frontière de Ω est strictement supérieur à 1, soit un numéro réel strictement positif, lorsque le maximum de la fonction distance vers la frontière de Ω se trouve dans l'intervalle $(0, 1]$. Dans le dernier cas nous donnons des estimations pour $\Lambda_1(p)$ et nous montrons que pour $p \in (1, \infty)$ suffisamment large $\Lambda_1(p)$ coïncide avec la fréquence principale du p -Laplacien dans Ω . Nous discutons aussi des cas particuliers et des problèmes connexes.

Cette présentation est partiellement soutenue par le projet CNCS-UEFISCDI No. PN-III-P4- ID-PCE-2016-0035.

Primary author: MIHĂILESCU, Mihai (U. Craiova, Roumanie)

Co-author: BOCEA, Marian (Loyola U. of Chicago, États-Unis)

Presenter: MIHĂILESCU, Mihai (U. Craiova, Roumanie)