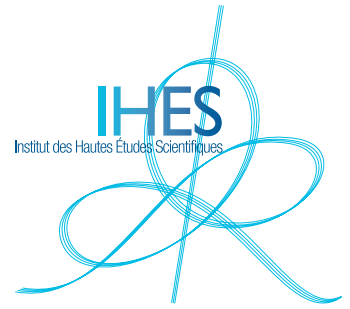




European Research Council
Established by the European Commission

**Reductive groups and
automorphic forms**
*Dedicated to the French school of
automorphic forms and in memory of
Roger Godement*



ABSTRACTS

Ramla ABDELLATIF (*Université de Picardie Jules Verne*)
Iwahori-Hecke algebras and hovels for split Kac-Moody groups

Let F be a non-archimedean local field and G be the group of F -rational points of a connected reductive group defined over F . The study of (complex smooth) representations of G imply various tools coming from different nature. These include in particular induction functors, Hecke algebras (seen as convolution algebras or as intertwining algebras) and Bruhat-Tits buildings.

When seeing Kac-Moody groups as a natural generalization of reductive groups, one can wonder how far the setting developed for reductive groups can be extended to the Kac-Moody case. Thanks to Rousseau, Gaussent-Rousseau and Bardy-Panse-Gaussent Rousseau, there is a suitable generalization of Bruhat-Tits buildings (called hovels, or masures) as well as handful definitions of spherical and Iwahori-Hecke algebras. Nevertheless, these algebras are not really fully satisfying as they do not, for instance, satisfy the analogue of Bernstein's theorem in this setting. Another frustrating lack was that there was so far no natural construction attaching a Hecke algebra to a suitable analogue of open compact subgroups.

In this talk, we discuss some results, obtained in collaboration with Auguste Hébert, addressing these questions for split Kac-Moody groups. In particular, we explain why the Iwahori-Hecke algebra as defined by Rousseau and his collaborators is not the right generalization of the usual Iwahori-Hecke algebra, as its center is « too small », then we define a suitable generalization (using a sort of completion process) that satisfies a Bernstein-like theorem. If enough time is left, we will also explain how to attach a suitable Hecke algebra to each type 0 spherical facet of the hovel that gives back the well-known Hecke algebras in the reductive case.

James ARTHUR (*University of Toronto*)
Zeta functions and orbital integrals

We shall review the work of Z. Yun on zeta functions of orders, and of A. Altug on elliptic terms in the trace formula for $GL(2)$. We shall then study the problem of Poisson summation for general linear groups. A suitable solution would be an important step in Langlands' proposed reformulation of the trace formula known as Beyond Endoscopy, which is aimed ultimately at the Principle of Functoriality

Anne-Marie AUBERT (*Institut de Mathématiques de Jussieu*)
Séries à la Bernstein de paramètres de Langlands enrichis (avec Ahmed Moussaoui et Maarten Solleveld).

L'ensemble des paramètres de Langlands enrichis d'un groupe réductif p -adique arbitraire se décompose en séries de sorte que, pour toute série S , les éléments de S correspondent aux modules simples d'une certaine algèbre de Hecke affine généralisée. Nous expliciterons le lien de cette décomposition avec le Centre de Bernstein stable.

Joël BELLAÏCHE (*Brandeis University*)

Image des représentations galoisiennes et divisibilité des coefficients des formes modulaires

J'expliquerai d'abord un théorème général décrivant l'image des familles de représentations de dimension 2, et discuterai ses relations avec d'autres résultats anciens ou récents du même type. Je montrerai ensuite comment ce théorème peut être utilisé pour donner des estimations du nombre de coefficients d'une forme modulaire non-divisible par un nombre premier, estimations nouvelles et uniformes en la forme modulaire.

Raphaël BEUZART-PLESSIS (*Université Aix-Marseille*)

Comparaisons de caractères relatifs locaux et la conjecture d'Ichino-Ikeda pour les groupes unitaires

Les conjectures globales de Gan, Gross et Prasad relient la non-annulation de certaines fonctions L de Rankin-Selberg en leur centre de symétrie à celle de périodes automorphes (intégrales de formes automorphes le long d'un sous-groupe). Ces conjectures ont été raffinées par Ichino-Ikeda et N.Harris en des formules exactes reliant ces deux invariants. En se basant sur une comparaison de formules des traces simples relatives proposée par Jacquet et Rallis, Wei Zhang a démontré la conjecture d'Ichino-Ikeda pour les groupes unitaires sous certaines conditions locales.

Ces conditions locales sont en fait assez restrictives et Zhang a énoncé une conjecture purement locale, portant sur la comparaison de caractères 'relatifs' locaux, permettant de lever la plupart de ces restrictions. Dans cet exposé, je présenterai une démonstration de cette conjecture de Zhang qui traite uniformément les places archimédiennes et non-archimédiennes. Un des ingrédients essentiels de la preuve est une certaine formule de Plancherel 'explicite' pour l'espace symétrique $GL_n(F) \backslash GL_n(E)$ (E/F une extension quadratique de corps locaux) et un corollaire de celle-ci est une formule pour le degré formel des séries discrètes de groupes unitaires en termes de facteurs gamma adjoints, confirmant dans ce cas une conjecture d'Hiraga-Ichino-Ikeda.

Corinne BLONDEL (*Université Paris-Diderot*)

Godement le professeur, Godement l'objecteur

Godement le mathématicien était un enseignant hors pair, transmettant sa passion pour les mathématiques dans toute son exigence sans jamais omettre de rappeler la responsabilité morale du scientifique.

Son Cours d'Algèbre est emblématique de cette démarche, ainsi que les volumes d'Analyse Mathématique et quelques polycopiés où les notes de bas de page entraînent le lecteur à sa suite dans une critique acerbe des rapports entre les scientifiques et les militaires.

On retrouve le style irremplaçable de Godement dans les textes qu'il a consacrés à ce dernier sujet, Science et Défense, nourris par une quantité incroyable de lectures, recherches, compulsions d'archives et de statistiques, énorme travail d'historien mû par la conscience d'un mathématicien.

Colin BUSHNELL (*King's College London*)

Simple characters and ramification

Let F be a non-Archimedean local field of residual characteristic p . For any integer $n > 1$, one has the detailed classification of the irreducible cuspidal representations of $GL_n(F)$ from Bushnell-Kutzko. I report on the most recent phase of a joint programme with Guy Henniart investigating the way in which this classification is reflected by representations of the Weil group of F .

The final, and most complicated, step concerns the rôle of the simple characters of BK. The class of all simple characters, in all groups $GL_n(F)$, $n > 1$, can be canonically organized into endo-classes. The set of endo-classes of simple characters parametrizes the set of conjugacy classes of irreducible representations of the wild inertia subgroup of the Weil group. Such a representation can be analyzed via its restrictions to ramification subgroups. The talk will centre on describing the connections between the fine structure of a simple character and the ramification structure of the associated representation of the Weil group.

Volker HEIERMANN (*Université d'Aix-Marseille*)

On the reducibility of induced representations for classical p -adic groups and related affine Hecke algebras

Let π be an irreducible smooth complex representation of a general linear p -adic group and let σ be an irreducible complex supercuspidal representation of a (quasi-split) classical p -adic group of a given type. We show that the reducibility of the representation of the appropriate p -adic classical group obtained by (normalized) parabolic induction from $\pi \otimes \sigma$ does not depend on σ , if σ is "separated" from the supercuspidal support of π . (Here, "separated" means that, for each factor ρ of a representation in the supercuspidal support of π , the representation parabolically induced from $\rho \otimes \sigma$ is irreducible.) This was conjectured by E. Lapid and M. Tadić. (In addition, they proved that this induced representation is always reducible if the supercuspidal support is not "separated".)

More generally, we study, for a given set I of inertial orbits of supercuspidal representations of p -adic general linear groups, the category $\mathcal{CC}_{I, \sigma}$ of smooth complex finitely generated representations of classical p -adic groups of fixed type, but arbitrary rank, and supercuspidal support given by σ and I , show that this category is equivalent to a category of finitely generated right modules over a direct sum of tensor products of extended affine Hecke algebras of type A , B and D and establish functoriality properties, relating categories with disjoint I 's. The proof of the above reducibility result is then based on Hecke algebra arguments, using Kato's exotic geometry.

This is joint work with D. Ciubotaru.

Hervé JACQUET (*Columbia University*)

The work of Roger Godement

I will discuss the work of Roger Godement. I will present the part of his work which is not accessible to the general public because it consists of letters or private notes. I will try to stress the influence of Godement on the theory of automorphic representations.

Arno KRET (*Korteweg-de Vries Institute*)

Galois representations for the general symplectic group.

In a recent preprint with Sug Woo Shin (<https://arxiv.org/abs/1609.04223>) I construct Galois representations corresponding for cohomological cuspidal automorphic representations of general symplectic groups over totally real number fields under the local hypothesis that there is a Steinberg component. In this talk I will explain this result and some parts of the construction.

Jean-Pierre LABESSE (*Université d'Aix-Marseille*)

L'héritage de Roger Godement

J'évoquerai tout d'abord la carrière scientifique de Roger Godement, ses goûts et son influence via ses exposés, ses cours et ses élèves.

Dans une seconde partie j'exposerai l'état du travail avec Bertrand Lemaire sur la formule des traces en caractéristique positive. Ce second thème est une facette de ce qui a fasciné Roger Godement durant toute sa vie mathématique : le Jardin des Délices Modulaires.

Bertrand LEMAIRE (*Université d'Aix-Marseille*)

Transfert géométrique et blocs de Bernstein des séries principales de niveau zéro (avec Manish Mishra)

On s'intéresse ici à une situation endoscopique très particulière, issue du travail de Roche sur les séries principales de niveau zéro d'un groupe réductif connexe déployé sur un corps local non archimédien. On produit une application de transfert géométrique explicite, combinaison linéaire de morphismes d'algèbres entre les centres des blocs de Bernstein concernés. Ce travail s'inspire de celui de Haines sur le changement de base non ramifié des représentations dans les blocs de Bernstein des séries principales de niveau zéro (pour un groupe non ramifié)

Wen-Wei LI (*Academy of Mathematics and Systems Science, Beijing*)

Sur la stabilisation de la formule des traces pour certains revêtements des groupes symplectiques

La stabilisation de la formule des traces pour les revêtements est largement inconnu, à l'exception notable du revêtement à deux feuillets de $Sp(2n)$, qui utilise la représentation de Weil. Pour les revêtements supérieurs de $Sp(2n)$, il se semble que des idées algébriques sont nécessaires. Dans cet exposé, j'essaierai d'introduire un tel formalisme pour tout revêtement de Brylinski-Deligne de $Sp(2n)$, et expliquer la pré-stabilisation de la formule des traces dans ce cas-là. Ceci s'inspire des travaux de Hiraga et Ikeda au cas de $SL(2)$

Peter SCHNEIDER (*Universität Münster*)

Progress report on derived Hecke algebras

In the modular smooth representation theory of p -adic reductive groups with coefficients in a field of characteristic p (same p !) a close relation between smooth representations and modules over suitable Hecke algebras only holds in a derived version. This leads to differential graded Hecke algebras and their Ext (= cohomology)-algebras. I will report on joint work with R. Ollivier on the structural properties of the pro- p Iwahori Ext -algebra. If time permits I will also discuss the formalism of derived parabolic induction (joint work with S. Scherotzke)

Vincent SECHERRE (*Université Versailles-Saint-Quentin*)

Congruence properties of endoclasses and the local Jacquet-Langlands correspondence

Consider the local Jacquet-Langlands correspondence between the discrete series representations of a general linear group H over some non-Archimedean locally compact field F and those of an inner form G of H . Thanks to the description of the cuspidal representations of such groups by Bushnell-Kutzko's theory of types, one may ask for an explicit description of the local Jacquet-Langlands correspondence in terms of types. A major issue is then to describe how the correspondence behaves with respect to endoclasses. I will explain how this problem can be solved by introducing modular representation theory.

Marko TADIC (*University of Zagreb*)

Unitarizability in generalised rank three case for classical p -adic groups

J. Arthur has classified irreducible tempered representations of classical p -adic groups. C. Mœglin has singled out parameters of cuspidal representations among them. Further, she gave a simple formula for cuspidal reducibilities (in the generalised rank one). In our talk, we shall discuss possibility of describing unitarizability of classical p -adic groups (in the case of any generalised rank) based only on the cuspidal reducibilities, and explain how one can get this in the case of generalised rank three.

Jack THORNE (*Cambridge University*)

The Ramanujan conjecture for Bianchi modular forms of weight 2

Let K be an imaginary quadratic field. Conjecturally, one should be able to associate to any cusp form on $GL_n(A_K)$ which is cohomological (for the trivial coefficient system) a Galois representation. This can be achieved using our understanding of the classification of automorphic representations of the quasi-split unitary group $U(n, n)$, which relies upon the stabilization of the twisted trace formula for GL_n .

A detailed understanding of the local properties of these Galois representations opens up the possibility of proving automorphy lifting theorems. I will describe work in progress of a 10 author collaboration that proves such theorems, using as a starting point very important vanishing theorems for the cohomology of non-compact Shimura varieties which are work in progress of Caraiani--Scholze.

A particular consequence is the Ramanujan conjecture for cohomological cusp forms in the case $n = 2$. (The 10 authors are Allen, F. Calegari, Caraiani, Gee, Helm, Le Hung, J. Newton, Scholze, Taylor, and myself.)

Eric URBAN (*Columbia University*)

Relations entières de périodes pour le changement de base.

L'étude des congruences entre un changement de base d'une forme modulaire elliptique à une extension quadratique F/Q avec des formes qui n'en sont pas est étroitement liée aux relations entières entre les périodes du changement de base et celles de la forme de départ. Dans un travail en commun avec J. Tilouine, nous prouvons une conjecture de Hida sur ces questions et en déduisons une preuve de la conjecture de Bloch-Kato pour la représentation galoisienne modulaire adjointe tordu par le caractère quadratique associé à F lorsque celui-ci est réel. Le cas F imaginaire qui est plus difficile pose d'intéressantes questions en rapport avec des conjectures de Prasanna-Venkatesh et Beilinson-Bloch-Kato que j'évoquerai si j'en ai le temps.