

Mathematical Models for the Microstructure of Ceramics

lundi 18 mai 2026 - mardi 19 mai 2026

CERAMATHS, Département de Mathématiques (DMATHS)

Programme Scientifique

Sciences des Matériaux

Homogénéisation Physico-chimique

Frittage Total & Céramiques Denses

Frittage Partiel & Céramiques Poreuses

Mathématiques

Homogénéisation Mathématique

De nombreux phénomènes physiques ont lieu dans des milieux présentant une structure très complexe à petite échelle. Par exemple, certains matériaux sont constitués de plusieurs composants distribués de manière très fine, les surfaces peuvent être rugueuses, ou encore les milieux poreux

contiennent une grande quantité de petites cavités.

Dans ces situations, les propriétés du milieu peuvent varier très rapidement dans l'espace. Si l'on veut décrire mathématiquement ces phénomènes, on obtient souvent des équations aux dérivées partielles dont les coefficients oscillent à très petite échelle. Décrire exactement toutes ces variations microscopiques est cependant très difficile, voire impossible en pratique.

La théorie de l'homogénéisation a pour objectif de comprendre le comportement global de ces systèmes lorsque les oscillations deviennent très fines. L'idée principale est que, même si le milieu est

très hétérogène à petite échelle, il est souvent possible de décrire son comportement à grande échelle à l'aide d'un modèle effectif plus simple.

Dans ce modèle limite, appelé modèle homogénéisé, le milieu est remplacé par un milieu homogène équivalent qui reproduit le comportement macroscopique du système. Cette approche permet donc de relier les propriétés microscopiques d'un milieu à son comportement macroscopique, et elle joue un rôle important dans l'étude des matériaux composites, des milieux poreux ou encore dans la modélisation de nombreux phénomènes physiques.

Mosaïque Aléatoires

On jette des points uniformément au hasard dans le plan (on parle de processus ponctuel de Poisson).

A chacun de ces points, appelés germes, on associe sa cellule de Voronoi, ensemble des points du plan qui sont plus proches de ce germe que des autres. La collections des cellules de Voronoi des

germes forment un pavage aléatoire du plan : la mosaïque de Poisson-Voronoi.

Les propriétés statistiques de ces mosaïques (aire moyenne, nombre moyen de sommets, valeurs extrêmes, . . .) ont été largement étudiées depuis le XXe siècle, dans le plan puis dans R^n et dans des espaces plus généraux.

Les mosaïques de Poisson-Voronoi ont un vaste champ d'application : télécommunications (positions d'antennes), biologie (études des cellules) ou physique (cristallographie, modélisation de microstructures).

Champs Aléatoires Gaussiens