L'approche de Li de l'hypothèse de Riemann pour une classe de fonctions L

Kamel Mazhouda

Résumé: La fonction zêta de Riemann constitue un premier lien entre l'arithmétique et l'analyse et a été utilisé par Euler et Riemann pour étudier la distribution des nombres premiers. La distribution des zéros de la fonction zêta de Riemann ζ (ainsi que d'autres fonctions zêta et fonctions L) est liée à des questions importantes en théorie des nombres. L'hypothèse de Riemann (HR) est une conjecture formulée par Riemann en 1859, dans l'unique travail qu'il a consacré à la théorie des nombres mais non prouvée est particulièrement intéressante, selon laquelle tous les zéros non triviaux (non réels) de ζ se trouvent sur la ligne critique $1/2 + i\mathbb{R}$. L'un des charmes particuliers de l'étude de (HR) est la grande diversité de ses formulations équivalentes, qui s'étend à une large classe de fonctions L (la classe de Selberg, la classe des fonctions L automorphes et la fonction zêta associée au corps de fonctions).

L'exposé porte sur l'étude de quelques relations équivalentes à (HR) (principalement le critère Li et ses variations). Comme application, on applique le critère Li pour prouver que certaines fonctions L violent l'hypothèse de Riemann. De plus, on montre qu'on peut l'utiliser pour prouver de nombreuses sommations intéressantes. Le cas des corps de fonctions sera également étudié.