

JDM 2024

PROGRAMME

| | | |
|---------------|-----------------------|--|
| 9:35 - 10:00 | J. Zhang, | <i>Stochastic modeling of movement for a Helium particle in a graphite channel</i> |
| 10:05 - 10:30 | V. Gozé, | <i>Le théorème des nombres premiers</i> |
| | | <i>Pause Café</i> |
| 11:00 - 11:25 | D. Galant, | <i>Équation de Schrödinger non-linéaire sur les graphes métriques</i> |
| 11:30 - 11:55 | A. Renard, | <i>Critères de contractivité pour les matrices de petite taille et inégalités de type Schwarz-Pick</i> |
| 12:00 - 12:25 | M. Wallon, | <i>Méthodes numériques pour les fluides à seuil.</i> |
| | | <i>Repas - Ascotel</i> |
| 14:15 - 15:00 | E. Trélat, | <i>Tout est sous contrôle.</i> |
| 15:05 - 15:30 | T. Maiti, | <i>The Kato-Milne cohomology group of a rational function field.</i> |
| | | <i>Pause Café</i> |
| 16:00 - 16:45 | C. Esser, | <i>Régularité ponctuelle de séries d'ondelettes gaussiennes.</i> |
| 16:50 - 17:15 | M. Verstraete, | <i>Déformation contrôlée par une algèbre pré-Lie à puissances divisées</i> |
| | | <i>Repas - Brasserie de la Paix</i> |

RÉSUMÉS DES EXPOSÉS PLÉNIERS

Régularité ponctuelle de séries d'ondelettes gaussiennes.*Céline Esser, Université de Liège.*

Dans cet exposé, nous présentons les bases orthonormées d'ondelettes et nous étudions la régularité höldérienne de séries d'ondelettes dont les coefficients sont multipliés par des gaussiennes centrées i.i.d. Comme première application, nous obtenons des caractérisations fines du comportement ponctuel de certains processus, dont le mouvement brownien fractionnaire. La seconde application vise à construire des processus gaussiens dont la régularité ponctuelle est aléatoire.

Tout est sous contrôle.*Emmanuel Trélat, Sorbonne Université.*

De façon empirique, nous parvenons à faire beaucoup de choses avec plus ou moins d'efficacité et de réussite. Quand il s'agit de faire un créneau, les conséquences peuvent parfois être risibles... Mais quand il s'agit de propulser une fusée ou de planifier des missions interplanétaires, il vaut mieux ne pas rater son coup.

La théorie du contrôle est une branche des mathématiques qui permet de contrôler, d'optimiser et de guider des systèmes sur lesquels on a une action, comme par exemple une voiture, un robot, une navette spatiale, une réaction chimique ou de manière générale un quelconque procédé que l'on tente de mener vers un certain état final désiré.

Emmanuel Trélat donnera un aperçu des champs d'application de cette théorie à travers différents exemples, parfois cocasses, mais aussi historiques. Il vous montrera que l'étude de cas simples de notre quotidien, loin d'être anodins, permettent d'aborder des problématiques comme le transfert orbital ou les missions spatiales interplanétaires.

RÉSUMÉS DES EXPOSÉS COURTS

Équation de Schrödinger non-linéaire sur les graphes métriques.*Damien Galant, Université Polytechnique Hauts-de-France & Université de Mons*

Lors de cet exposé, nous découvrirons ce que sont les graphes métriques et ce qu'est l'équation de Schrödinger non-linéaire sur ces graphes. En particulier, nous étudierons les notions d'état fondamental ("ground state") et d'état fondamental nodal ("nodal ground state") permettant de prouver l'existence de solutions grâce à des méthodes variationnelles. Le contenu de cet exposé est issu d'une collaboration avec Colette De Coster (UPHF), Simone Dovetta (Politecnico di Torino), Enrico Serra (Politecnico di Torino) et Christophe Troestler (UMONS).

Le théorème des nombres premiers.*Vincent Gozé, Université du Littoral Côte d'Opale*

Soit $\pi(x)$ le nombre de nombres premiers compris dans l'intervalle $[1, x]$. Nous savons depuis Euclide que $\pi(x)$ tend vers l'infini, mais à quelle vitesse ? La réponse à cette question fut obtenue pour la première fois en 1896 par Jacques Hadamard et Charles-Jean de la Vallée Poussin qui démontrèrent, de manière indépendante, le théorème des nombres premiers: $\pi(x) \sim \frac{x}{\log x}$. La démonstration de Hadamard et de la Vallée Poussin utilise principalement les propriétés de la fonction zêta de Riemann et donc l'analyse complexe. Ce n'est qu'en 1949 qu'Erdős et Selberg publièrent indépendamment la première démonstration élémentaire (utilisant uniquement l'analyse réelle) du théorème des nombres premiers. Dans cet exposé, nous présenterons le développement historique de la preuve du théorème des nombres premiers ainsi que les différentes idées de démonstrations, en particulier les preuves élémentaires.

The Kato-Milne cohomology group of a rational function field.

Trisha Maiti, Université d'Artois

Let F be a field of characteristic 2. The Kato-Milne cohomology group of F of degree m is denoted by $H_2^{m+1}(F)$. This is an important group for the study of quadratic forms in characteristic 2 as was shown in a celebrated result due to Kato. Our aim in this talk is to give a complete description of the group $H_2^{m+1}(F(t))$ of the rational function field $F(t)$. This will be done in terms of the group $H_2^{m+1}(F)$ and some residue groups corresponding to simple finite extensions of F . As an application, we prove that the kernel of the homomorphism $H_2^{m+1}(F) \longrightarrow H_2^{m+1}(F(p))$, induced by scalar extension, coincides with the annihilator of the logarithmic differential form dp/p , where $F(p)$ is the function field of the affine hypersurface given by an arbitrary irreducible and normed polynomial p . This talk is a part of my PhD thesis supervised by Ahmed Laghribi (LML, Université d'Artois).

Critères de contractivité pour les matrices de petite taille et inégalités de type Schwarz-Pick.

Axel Renard, Université de Lille

L'inégalité de von Neumann affirme que si H est un espace de Hilbert et T un opérateur linéaire continu sur H tel que $\|T\| \leq 1$, alors, pour tout polynôme $p \in \mathbb{C}[X]$, on a $\|p(T)\| \leq \sup\{|p(z)| : |z| \leq 1\}$. En appliquant cette inégalité à une matrice 2×2 bien choisie, on retrouve le lemme de Schwarz-Pick, qui affirme que toute fonction holomorphe sur le disque unité est contractante pour la distance pseudo-hyperbolique. Lorsque l'on essaie de généraliser cela à des matrices de plus grande taille, on est confronté au problème suivant : comment estimer efficacement la norme (euclidienne) d'une matrice de taille $n \times n$? En effet, la formule utilisant le rayon spectral donne très vite des calculs trop compliqués pour être exploitables en pratique... Dans cet exposé, je donnerai une réponse à cette question pour les matrices de taille 3×3 et 4×4 .

Déformation contrôlée par une algèbre pré-Lie à puissances divisées. *Marvin Verstrarte, Université de Lille*

La théorie classique de la déformation contrôlée par une algèbre de Lie sur un corps de caractéristique nulle permet de relier des problèmes de déformation à des algèbres de Lie. Elle est utilisée pour reformuler des problèmes et résultats géométriques sous une forme plus simple en termes algébriques. En 2015, Dotsenko, Shadrin et Vallette observent que si l'algèbre de Lie provient d'une algèbre pré-Lie, alors les éléments de Maurer-Cartan, le groupe de jauge, ainsi que son action sur ces éléments peuvent s'exprimer en termes de la loi pré-Lie, et ce plus simplement qu'avec le crochet de Lie. Toutefois, cette théorie de la déformation, comme celle contrôlée par les algèbres de Lie, n'est valide que sur un corps de caractéristique nulle. Le but de cet exposé est de présenter une généralisation de cette théorie à la caractéristique positive. Après avoir introduit la théorie de la déformation contrôlée par des algèbres pré-Lie, nous montrerons qu'il est possible d'obtenir des résultats analogues en caractéristique positive en utilisant la notion d'algèbre pré-Lie à puissances divisées. Nous définirons ainsi la notion d'éléments de Maurer-Cartan et de groupe de jauge dans ce nouveau cadre, et montrerons que, comme en caractéristique nulle, ce groupe agit sur les éléments de Maurer-Cartan. Si le temps le permet, nous illustrerons cette théorie par le calcul des morphismes (à homotopie près) d'opérades de l'opérade des algèbres associatives à homotopie près vers une opérade quelconque.

Méthodes numériques pour les fluides à seuil.

Maxime Wallon, Université de Picardie Jules Verne

Les fluides viscoplastiques sont caractérisés par une propriété surprenante : en dessous d'une certaine contrainte seuil ils se comportent comme un solide et au dessus de ce seuil, tel un liquide. Mathématiquement, ces fluides suivent les équations de Navier-Stokes, auxquelles il faut rajouter cette condition de seuil :

$$\begin{aligned}\partial_t u + (u \cdot \nabla) u - \operatorname{div}(\sigma) + \nabla p &= f \\ \sigma &= 2\eta D(u) + \sigma_0 \frac{D(u)}{\|D(u)\|} \quad \text{si } D(u) \neq 0 \\ \|\sigma\| &\leq \sigma_0 \quad \text{si } D(u) = 0\end{aligned}$$

où u représente la vitesse du fluide, p la pression du fluide, σ le tenseur des contraintes tangentielles, η la viscosité du fluide et σ_0 la contrainte seuil.

$D(u) = \frac{\nabla u + \nabla u^T}{2}$ est appelé le taux de déformation du fluide. Dans cet exposé, après avoir d'abord présenté plus en détails ces fluides, nous nous intéresserons aux méthodes numériques utilisées pour résoudre de tels problèmes. Enfin, nous discuterons de comparaisons entre expériences menées en laboratoire et simulations numériques.

Stochastic modeling of movement for a Helium particle in a graphite channel.

Jingqi Zhang, Université de Technologie de Compiègne

We present a stochastic model for the movement of a helium particle in a graphite channel. Specifically, we develop a semi-Markov model to represent Knudsen diffusion in this context. The stationary distribution of the model is derived, and its asymptotic properties are analyzed. To validate the model, we compare the theoretical results with Monte Carlo simulations. Additionally, we propose estimation methods for parameterizing the model and demonstrate its application using Molecular Dynamics simulation data.