Analyse stochastique trajectorielle et extensions

Rapport sur les contributions

ID de Contribution: **1** Type: **Non spécifié**

La révolution de l'analyse stochastique « pathwise »

mercredi 15 mai 2024 14:00 (1 heure)

L'analyse stochastique à la Itô, qui a marqué la théorie des processus pendant toute la deuxième moitié du XX siècle, a été enrichie depuis 25 ans d'une série d'idées nouvelles, qui ont permis des avancées spectaculaires notamment dans l'étude des équations aux dérivées partielles stochastiques. Les techniques les plus connues sont les rough paths, le lemme de couture, les structures de régularités, les produits paracontrolés ; les protagonistes de cette histoire sont Terry Lyons, Massimiliano Gubinelli, Martin Hairer et d'autres.
Dans cet exposé je vais essayer d'expliquer les idées principales de cette ligne de recherche, en me focalisant sur la nouvelle notion d'intégration stochastique que donne cette théorie et sur le problème crucial de la définition d'un produit entre une distribution (au sens de Schwartz) aléatoire et une fonction non-lisse.

Orateur: Prof. ZAMBOTTI, Lorenzo (LPSM, Sorbonne Université)

ID de Contribution: **2** Type: **Non spécifié**

Approximation numérique de l'équation de la chaleur stochastique avec un terme de réaction singulier

mercredi 15 mai 2024 15:30 (30 minutes)

Nous étudions l'approximation numérique de l'équation de la chaleur stochastique avec un terme de réaction (drift) distributionnel. Sous une condition sur la régularité Besov du drift, (Athreya et al. 2022) prouve qu'une solution forte existe et que l'unicité trajectorielle est valable dans une certaine classe de fonctions H\"older. Nous étudions l'erreur entre la solution u de l'équation avec un drift b et son schéma d'Euler en différences finies avec un drift mollifiée b^k. Nous obtenons un ordre de convergence en $L^m(\Omega)$ pour cette erreur, qui dépend de la régularité Besov du drift. Lorsque la régularité Besov augmente et que le drift devient une fonction mesurable bornée, nous retrouvons le taux de convergence (presque) optimal $(1/2-\varepsilon)$ en espace et $(1/4-\varepsilon)$ en temps. Les preuves s'appuient sur des techniques de couture stochastique, en particulier pour déduire des nouvelles propriétés de régularisation du processus d'Ornstein-Uhlenbeck discret.

Orateur: HARESS, El Mehdi (CentraleSupelec)

ID de Contribution: **3** Type: **Non spécifié**

Construction et spectre de l'Hamiltonien d'Anderson continue sur $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$

mercredi 15 mai 2024 16:15 (30 minutes)

Nous nous intéresserons à l'Hamiltonien d'Anderson continu, qui est un opérateur de Schrödinger aléatoire avec comme potentiel le bruit blanc gaussien. Comme son analogue discret, cet opérateur a été introduit afin de comprendre la perte de la conductivité d'un conducteur avec des impuretés : le phénomène de la localisation d'Anderson. Contrairement au cas discret, la définition de l' opérateur au cas continu est déjà non-triviale en raison de la nature distributionnelle du bruit blanc : cela a été rendu possible par les théories récentes d'EDP stochastiques singulières. Typiquement, ces constructions par EDPS singulières donnent un opérateur défini sur un domaine de volume fini, par exemple sur un tore. En volume infini, comme l'opérateur n'est plus "borné par le bas", la construction s'avère encore plus technique et la littérature est limitée.
Dans cet exposé, je présenterai une nouvelle construction de l'Hamiltonien sur $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ qui repose sur la solution à l'équation parabolique associée. Ensuite, on déduit que l'opérateur construit est ergodique et donc admet un spectre déterministe. On a également identifié ce spectre déterministe qui coïncide en fait avec toute la droite réelle.

Orateur: HSU, Yueh-Sheng (CEREMADE, Université Paris-Dauphine)

ID de Contribution: **4** Type: **Non spécifié**

Wellposedness of the cubic Gross-Pitaevskii equation with spatial white noise on $\mathbb{R}^2$

mercredi 15 mai 2024 17:00 (30 minutes)

In this talk, we prove the global well-posedness of the Gross-Pitaevskii equation with white noise potential, i.e. a cubic nonlinear Schrödinger equation with harmonic confining potential and spatial white noise multiplicative term. This problem is ill-defined and a Wick renormalization is needed in order to give a meaning to solutions. In order to do this, we introduce a change of variables which transforms the original equation into one with less irregular terms. We construct a solution as a limit of solutions of the same equation but with a regularized noise. This convergence is shown by interpolating between a diverging bound in a high regularity Hermite-Sobolev space and a Cauchy estimate in $L^2(\mathbb{R}^2)$.

Orateur: MACKOWIAK, Pierre (CMAP, École polytechnique)