

C. Dapogny : Optimisation de la forme des régions portant les conditions aux limites d'un problème physique

jeudi 12 septembre 2024 16:00 (40 minutes)

Très généralement, l'optimisation de formes vise à optimiser le design d'un domaine du plan ou de l'espace au regard d'un objectif et en respectant certaines contraintes, exprimés comme des fonctions du domaine.

Dans les applications, ces fonctions dépendent de la forme par la solution d'une équation aux dérivées partielles décrivant la physique du problème en jeu, qui est complétée par des conditions aux limites décrivant l'influence du milieu extérieur. Ainsi une structure mécanique est caractérisée par son déplacement, solution du système de l'élasticité linéaire, équipé de conditions aux limites de Dirichlet homogènes (correspondant aux zones d'attache de la structure), ou de Neumann homogènes (bord libres d'effort) ou inhomogènes (bords sur lesquels une force est appliquée).

Le plus souvent, une seule partie du bord de la forme est optimisée – typiquement, le bord libre en mécanique des structures. L'objectif de ce travail est, au contraire, d'optimiser la répartition des régions du bord de la forme portant les conditions aux limites du problème physique en jeu.

Cette question est abordée sous deux aspects complémentaires :

- D'une part, on étudie la dérivée de forme d'une fonction du domaine au sens de Hadamard lorsque les déformations en jeu ne s'annulent pas au changement des conditions aux limites : on optimise ainsi comment les régions portant les conditions aux limites peuvent "glisser" le long du bord de la forme.
- D'autre part, on étudie la sensibilité de la solution du problème physique en jeu (et d'une quantité d'intérêt qui en dépend) lorsque l'on fait apparaître une petite région portant un certain type de conditions aux limites (par exemple, de Dirichlet) au sein d'une région portant d'autres conditions (par exemple, de Neumann) : ceci conduit à une sorte de "dérivée topologique" décrivant le changement de conditions aux limites sur le bord d'une forme donnée.

On discutera plusieurs applications numériques de ces développements.

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Eric Bonnetier, Carlos Brito-Pacheco, Nicolas Lebbe, Edouard Oudet et Michael Vogelius.