Le rôle de l'histoire dans la philosophie mathématique française *et* contemporaine

Sébastien Maronne

INSTITUT de MATHEMATIQUES de TOULOUSE

UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER

Université de Toulouse

École Thématique « Mathématiques et Philosophie Contemporaines » XI, Saint-Ferréol, 24-28 juin 2024

- **« Les procédés de création mathématique : points de vue historiques ou vision philosophique ? »**, en préparation.
- **« Lautman et la dissociation des notions mathématiques »**, à paraître dans les Actes du colloque *Albert Lautman : philosophie, mathématique, résistance*, École Normale Supérieure, Paris, 27-29 octobre 2021.
- (avec Frédéric Patras) **« L'épistémologie mathématique de Gaston Bachelard »**, in Charles Alunni (dir.), *Gaston Bachelard et la philosophie des sciences aujourd'hui*, *Études bachelardiennes*, 1/2022, p. 51-68.

Des philosophes francs-tireurs ?

Many of the philosophical directions of work mentioned at the outset (neo-logicism, nominalism, structuralism, and so on) were elaborated in close connection to the classical foundational programs in mathematics, in particular logicism, Hilbert's program, and intuitionism. [...] For it cannot be disputed that already in the 1960s, first with Lakatos and later through a group of 'maverick' philosophers of mathematics (Kitcher, Tymoczko, and **others**), a strong reaction set in against philosophy of mathematics conceived as foundation of mathematics.

What these philosophers called for was an analysis of mathematics that was more faithful to its historical development. The questions that interested them were, among others : How does mathematics grow ? How are informal arguments related to formal arguments ? How does the heuristics of mathematics work and is there a sharp boundary between method of discovery and method of justification ?

Paolo Mancosu, *The philosophy of mathematical practice* (2008), p. 3

Rectifier les dénominations

Un jour, un [des] disciples de [Confucius] lui demanda : « Supposez qu'un souverain vous confie un territoire que vous pourriez gouverner à votre guise ; quelle serait votre première initiative ? — Ma toute première tâche, répondit Confucius, serait assurément de rectifier les dénominations. » Le disciple fut interloqué : « Rectifier les dénominations ? Et ce serait là votre priorité ? Parlez-vous sérieusement ? » [...]Confucius dut lui expliquer : « Si les dénominations ne sont pas correctes, si elles ne correspondent pas aux réalités, le langage est sans objet. Quand le langage est sans objet, l'action devient impossible, et, en conséquence, toutes les entreprises humaines se désintègrent : il devient impossible et vain de les gérer. C'est pourquoi, la toute première tâche d'un véritable homme d'État est de rectifier les dénominations.

Simon Leys, « Une introduction à Confucius », communication à l'Académie royale de langue et de littérature françaises de Belgique, 4 novembre 1995

Dénominations

- Philosophie des mathématiques
- Philosophie mathématique
- Épistémologie historique des sciences/mathématiques
- Histoire épistémologique des sciences/mathématiques
- Philosophie de la pratique mathématique

« Les historiens disent que c'est de la philosophie et les philosophes de l'histoire ».

Figure – « Les gastronomes disent que c'est une maison de passe et les vicelards un restaurant chinois (*Un singe en hiver*) »

La dialectique des mathématiques

C'est ce que l'on pourrait appeler la dialectique fondamentale des mathématiques : si les nouvelles notions apparaissent comme nécessitées par les problèmes posés, cette nouveauté même est vraiment une nouveauté complète. C'est-à-dire qu'on ne peut pas, par une simple analyse des notions déjà employées, trouver à l'intérieur d'elles les nouvelles notions : les généralisations, par exemple, qui ont engendré de nouveaux procédés.

Chaque procédé mathématique se définit par rapport à une situation mathématique antérieure dont il **dépend partiellement**, par rapport à laquelle aussi il entretient une **indépendance** telle que le résultat de ce geste doit être constaté dans son accomplissement. C'est, je crois, par là qu'on peut définir l'expérience mathématique.

Jean Cavaillès, « La pensée mathématique » (1946), p. 602 [OC], Société française de philosophie, séance du 4 février 1939

Mutation et non généralisation

M. Braithwaite, essayant de définir le sens d'un mot comme le mot électron, admet également, sous l'influence de Ramsey, l'impossibilité de définir les termes nouveaux de la physique au moyen des termes déjà connus. Une pareille attitude rendrait, en effet, bien difficile le passage d'une théorie ancienne à une théorie nouvelle qui est le plus souvent tout autre chose qu'une simple généralisation de l'ancienne théorie. Ce sont là des idées qui ont été exposées en France par M. Bachelard dans son dernier livre : *Le Nouvel Esprit scientifique*. M. Bachelard s'élève contre la conception facile qui veut voir dans la mécanique nouvelle une généralisation de l'ancienne mécanique, alors que sa découverte correspond à une véritable « mutation »de l'esprit scientifique.

Albert Lautman, *Sur le Congrès international de philosophie des sciences* (1935), p. 59

Les procédés de création en mathématiques

Dans mon livre sur la méthode axiomatique, d'une manière très incomplète, mais que j'espère préciser plus tard ; j'ai indiqué quelques-uns des procédés employés par les mathématiciens. C'est, bien entendu, une description grossière car, à chaque instant, il y a certains procédés qui se situent dans une atmosphère mathématique, un état des mathématiques à un moment donné **qui peut n'être pas transportable**. J'ai indiqué cependant quelques-uns de ces procédés, en m'inspirant d'ailleurs à la fois des analyses de Hilbert et de celle de Dedekind, dans son discours prononcé en 1857 devant Gauss...

Jean Cavaillès, « La pensée mathématique » (1946), p. 602 [OC], Société française de philosophie, séance du 4 février 1939

Thématisation et idéalisation

J'ai appelé un premier procédé, en général : thématisation, c'est-à-dire que les gestes accomplis sur un modèle ou un champ d'individus peuvent, à leur tour, être considérés comme des individus sur lesquels le mathématicien travaillera en les considérant comme un nouveau champ.

Deuxième procédé, nommé par Hilbert : idéalisation ou adjonction d'éléments idéaux ; il consiste simplement à exiger qu'une opération qui se trouvait, d'une manière accidentelle, limitée à certaines circonstances extrinsèques à l'accomplissement même de cette opération, soit libérée de cette limitation extrinsèque, et ceci par la position d'un système d'objets qui ne coïncide plus avec les objets de l'intuition. C'est par exemple ainsi que se sont faites les différentes généralisations de la notion de nombre.

Jean Cavaillès, « La pensée mathématique » (1946), p. 602 [OC], Société française de philosophie, séance du 4 février 1939

Bachelard et la notion d'acte épistémologique

Autrement dit, le progrès est la dynamique même de la culture scientifique, et c'est cette dynamique que l'histoire des sciences doit décrire. [...] On rencontre alors la dialectique des obstacles épistémologiques et des actes épistémologiques. Nous avons longuement étudié le concept d'obstacles épistémologiques dans un ouvrage antérieur. La notion d'actes épistémologiques que nous opposons aujourd'hui à la notion d'obstacles épistémologiques correspond à ces saccades du génie scientifique qui apporte des impulsions inattendues dans le cours du développement scientifique. Alors, il y a un *négatif* et un *positif* dans l'histoire de la pensée scientifique. Et ici le négatif et le positif se séparent si nettement que le savant qui prendrait parti pour le *négatif* se mettrait hors de la cité scientifique. Qui se bornerait à vivre dans la cohérence du système de Ptolémée ne serait plus qu'un historien. [...] Au contraire ce qui dans le passé reste *positif* vient encore agir dans la pensée moderne. [...] On doit donc comprendre l'importance d'une dialectique historique propre à la pensée scientifique. En somme il faut sans cesse former et reformer *la dialectique d'histoire périmée et d'histoire sanctionnée* par la science actuellement active.

Gaston Bachelard, *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, 1951, p. 25.

Le triple rôle de la généralisation selon Cavaillès

On a vu le triple rôle de la généralisation [1] [. . .] :

- libération d'opérations de conditions extrinsèques à leur accomplissement [idéalisation, paradigme] les essais de caractéristique géométrique ou algébrique, la théorie des déterminants, le symbolisme du calcul infinitésimal
- dissociation ou identification de processus accidentellement unis ou distingués,
- enfin position de nouveaux objets comme corrélats d'opérations reconnues autonomes. [thématisation] (théorie des groupes, théories des opérations linéaires, des matrices, topologie des transformations topologiques)

Dans tous les cas la fécondité du travail effectif est obtenue par ces ruptures dans le tissu mathématique, ce passage dialectique d'une théorie portant en elle-même ses bornes à une théorie supérieure qui la méconnaît quoique et parce qu'elle en procède.

Jean Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme* (1937), p. 172

1. Ci-dessus, p. 53 (analyse de Dedekind) et p. 96 (analyse de Hilbert).

La dissociation : du complexe au simple

Qu'il s'agisse de la constitution de notions abstraites, ou de la recherche de liaisons nécessaires, il nous paraît que la découverte mathématique ne consiste nullement à subsumer le particulier sous le général mais à opérer des dissociations comparables à celles qui conditionnent les progrès de la connaissance physique. La découverte physique expérimentale résulte très souvent de ce que l'on a pu opérer au sein d'un phénomène une dissociation par quoi se révèle la complexité de faits qui avaient pu paraître simples jusqu'alors.

Albert Lautman, « L'axiomatique et la méthode de division » (1937), p. 70-71

Bachelard et la dissociation

Mais il nous faut quitter ces généralités sur les méthodes et essayer de montrer sur quelques problèmes scientifiques précis les nouvelles relations épistémologiques des idées simples et des idées composées.

Il n'y a pas d'idée simple, parce qu'une idée simple, comme l'a bien vu M. Dupréel, doit être insérée, pour être comprise, dans un système complexe de pensées et d'expériences. L'application est complication. Les idées simples sont des hypothèses de travail, des concepts de travail, qui devront être révisés pour recevoir leur juste rôle épistémologique. Les idées simples ne sont point la base définitive de la connaissance ; elles apparaîtront par la suite dans un tout autre aspect quand on les placera dans une perspective de simplification à partir des idées complètes. Rien de plus instructif pour saisir la dialectique du simple et du complet que de considérer les recherches expérimentales et théoriques sur la structure des spectres et la structure des atomes.

Gaston Bachelard, *Le nouvel esprit scientifique* (1934), p. 148-149

La méthode de division en mathématiques

Si on essaie de caractériser le rôle de la méthode de division en mathématiques on trouve tout d'abord deux cas assez simples et bien connus ;

1. lorsqu'on avait à tort identifié deux propriétés, la découverte d'un cas où l'une est réalisée sans l'autre montre leur différence.
2. une autre forme de dissociation est celle qui, par un traitement approprié, établit des différences entre certains éléments jouissant d'une propriété commune.

Nous voudrions décrire maintenant sur quelques exemples de notions axiomatisées une *troisième* forme de dissociation dont l'importance philosophique nous paraît considérable parce qu'elle nous montre, en mathématiques tout au moins, la liaison étroite de la **réflexion critique** et de la **création effective**.

Albert Lautman, « L'axiomatique et la méthode de division » (1937), p. 71-72

Valeur absolue et valuation

Axiomes I (Positivité)

1. On a pour tout élément a de K soit $a > 0$, soit $a = 0$, soit $-a > 0$;
2. Si $a > 0$ et $b > 0$, on a alors $a + b > 0$ et $ab > 0$.

Propriétés II (Valeurs absolues)

1. $|ab| = |a| \cdot |b|$;
2. $|a + b| \leqslant |a| + |b|$.

Axiomes III (Valuations)

1. $\phi(a)$ est élément d'un corps ordonné ;
2. $\phi(a) > 0$ pour $a \neq 0$, $\phi(0) = 0$;
3. $\phi(a) \cdot \phi(b) = \phi(ab)$;
4. $\phi(a + b) \leqslant \phi(a) + \phi(b)$.

Les valeurs absolues (II) constituent bien un cas particulier des valuations (III), mais le passage des axiomes I aux axiomes III a consisté essentiellement à détacher les propriétés définies en II de leur liaison trop étroite avec les propriétés d'ordre définies en (I).

Albert Lautman, « L'axiomatique et la méthode de division » (1937), p. 78

Bourbaki et la méthode de division

[La méthode axiomatique] « *divisera les difficultés pour les mieux résoudre* » ; dans les démonstrations d'une théorie, elle cherchera à **dissocier** les ressorts principaux des raisonnements qui y figurent ; puis, prenant chacun d'eux *isolément*, et le posant en principe abstrait, elle déroulera les conséquences qui lui sont propres ; enfin, revenant à la théorie étudiée, elle en combinera de nouveau les éléments constitutifs précédemment dégagés, et étudiera comment ils réagissent les uns sur les autres. Il n'y a, bien entendu, rien de neuf dans ce classique balancement de l'analyse et de la synthèse ; toute l'originalité de la méthode réside dans la manière dont elle est appliquée.

Nicolas Bourbaki, « L'architecture des mathématiques » (1948), p. 38

Austérité de l'algèbre et exubérance de l'analyse

L'Analyse apparaît donc comme un monde dont la complexité rappelle celle de la Vie. Alors que l'Algèbre est un monde minéral dont les beautés sont des cristaux aux formes pures, l'Analyse est peuplée d'êtres aux contours parfois imprécis, algues marines, hydres ou éponges ; c'est une jungle exubérante qu'on peut explorer de multiples façons et où chacun peut imprimer au domaine qu'il défriche le cachet de sa personnalité.

Gustave Choquet, « Bourbaki et l'analyse » (1962), p. 111-112

⋆

Here is algebra with a vengeance ; algebraic austerity could go no further. "We have not tried to hide (says the author) our partiality to the algebraic attitude..." ; he has not indeed ; and, if it were not for a few hints in the introduction and one casual remark at the end of Chapter IV, one might never suspect him of having ever heard of algebraic curves or of taking any interest in them. Fields and only fields are the object of his study.

Recension par André Weil de Claude Chevalley, *Introduction to the theory of algebraic functions of one variable* (1951), p. 384-385

La dissociation de la notion de distance

Il est extrêmement curieux de voir une notion comme celle de la distance qui paraît, au premier chef, une notion première, une notion irréductible, pouvoir être dissociée en notions de nature très différente les unes des autres.

Maurice Fréchet, *Les espaces abstraits* (1928), p. 158 [cité par Albert Lautman, p. 79-80]

⋆

On sait que la notion de distance est utilisée dans de nombreux travaux de topologie (par exemple ceux d'Alexandroff et Urysohn, et de son école), et l'on s'explique mal qu'elle soit venue à jouer un pareil rôle dans une branche des mathématiques où elle n'est, à proprement parler, qu'une intruse. Son emploi repose d'ailleurs sur les |es résultats d'Alexandroff et Urysohn, d'après lesquels il est possible de l'introduire dans tout espace localement compact, pourvu que celui-ci satisfasse au II^e^ axiome de dénombrabilité : on voit apparaitre ici cette hypothèse du dénombrable (dite aussi, on ne sait pourquoi, de séparabilité), malfaisant parasite qui infeste tant de livres et de mémoires dont il affaiblit la portée tout en nuisant à une claire compréhension des phénomènes.

André Weil, « Sur les espaces à structure uniforme et sur la topologie générale » (1938), p. 3

Weil et les espaces uniformes

Non seulement, en effet, la conscience d'un mathématicien, s'il en possède, doit répugner à faire intervenir une hypothèse superflue et étrangère à la question qu'il a en vue, mais encore on s'aperçoit de plus en plus que les espaces de caractère non dénombrable peuvent fournir souvent des moyens techniques précieux dont il est maladroit de se priver. [. . .]

Or, quand on essaye de raisonner sur [la théorie des] groupes topologiques, on s'aperçoit vite qu'on y retrouve, sans qu'ils soient en général métrisables, beaucoup des propriétés connues de [la théorie des] espaces métriques ; et en effet, toutes ces propriétés ont une origine commune, qui est simplement la possibilité de comparer entre eux les voisinages donnés en tous les points de l'espace.

André Weil, « Sur les espaces à structure uniforme et sur la topologie générale » (1938), p. 3

Ruptures : Brunschvicg et Bachelard

Il y a dans l'histoire des sciences, il doit y avoir de même dans l'évolution de la philosophie, des ruptures définitives, des éliminations décisives ; elles marquent les étapes du progrès ; elles ne permettent plus d'espérer une compensation, de maintenir un équilibre politique, de chercher un « juste milieu » entre l'erreur d'autrefois et la vérité d'aujourd'hui.

Léon Brunschvicg, « Sur l'implication et la dissociation des notions », *Revue de Métaphysique et de Morale* (1906), p. 25

⋆

La science ne répond pas toujours aux questions laissées en suspens par les savants d'une époque précédente. Chaque temps a ses problèmes comme ses méthodes, sa propre manière de poser un inconnu devant son effort. . .

Ainsi, même dans l'évolution historique d'un problème particulier, on ne peut cacher de véritables ruptures, des mutations brusques, qui ruinent la thèse de la continuitéépistémologique.

Gaston Bachelard, *Essai sur la connaissance approchée* (1928), p. 270

Rupture ou continuité ? Brunschvicg et Milhaud

Il semble à M. Milhaud que j'ai un peu trop séparé les « étapes », et substitué ainsi à la continuité effective de la pensée mathématique une discontinuité artificielle et en une certaine mesure arbitraire. . .j'emprunterai une phrase à l'*Avant-propos* de mon livre [*Les étapes de la philosophie mathématique*] :

> *La succession des systèmes métaphysiques qui ont fait dépendre la science tout entière des formes déterminées de l'intelligence, n'est que la moitié de l'histoire. L'autre moitié, c'est la croissance continue d'une pensée que sa richesse a fait toujours plus assurée d'elle-même.*

J'ai donc tenu pour continu le développement de la pensée mathématique. . .

En fait, dans l'histoire telle qu'elle s'est produite, il y a eu à la fois continuité pour la science, discontinuité pour la philosophie.

Léon Brunschvicg, « L'idée de la vérité mathématique » (1913), Communication à la Société française de Philosophie, séance du 31 octobre 1912, p. 88-89

Rupture mais synthèse : Bachelard

Une telle science [la science atomique moderne] n'a pas d'analogue dans le passé. Elle apporte un exemple particulièrement net de la rupture historique dans l'évolution des sciences modernes.

Et cependant, malgré son caractère révolutionnaire, malgré son caractère de rupture avec l'évolution historique régulière, une doctrine comme la mécanique ondulatoire est une synthèse historique parce que l'histoire arrêtée deux fois dans des pensées bien faites : les pensées newtoniennes et les pensées fresnelliennes, reprend un nouveau départ et tend à une nouvelle esthétique des pensées scientifiques.

Gaston Bachelard, *L'activité rationaliste de la physique contemporaine* (1949), p. 24

Le refus d'une psychologie sociale

En dépit d'un certain nombre de rencontres entre les deux épistémologies [de Bachelard et de Kuhn], notamment en ce qui concerne la majoration par l'enseignement et les manuels des preuves de continuité dans la science, et aussi en ce qui concerne l'allure discontinue du progrès, il faut bien convenir que les concepts de base qui semblent de même famille ne se réclament pas en fait de la même lignée. . .

Car paradigme et normal supposent une intention et des actes de régulation, ce sont des concepts qui impliquent la possibilité d'un décalage ou d'un décollage à l'égard de ce qu'ils régularisent. Or Kuhn leur fait jouer cette fonction sans leur en accorder les moyens, en ne leur reconnaissant qu'un mode d'existence empirique comme faits de culture. Le paradigme c'est le résultat d'un choix d'usagers. Le normal c'est le commun, sur une période donnée, à une collectivité de spécialistes dans une institution universitaire ou académique. On croit avoir affaire à des concepts de critique philosophique, alors qu'on se trouve au niveau de la psychologie sociale.

Georges Canguilhem, *Le rôle de l'épistémologie dans l'historiographie scientifique* (1977), p. 22-23

Une histoire épistémologique des concepts

Nous pensons personnellement qu'en matière d'histoire des sciences les droits de la logique ne doivent pas s'effacer devant les droits de la logique de l'histoire. De sorte qu'avant d'ordonner la succession des théories selon la logique de leur convenance et de leur homogénéité d'inspiration, il faut d'abord s'assurer, en présence d'une théorie donnée, où l'on cherche à déceler tel ou tel concept implicite ou explicite, qu'on s'en fait une idée de laquelle tout souci de cohérence interne n'est pas absent.

Georges Canguilhem, *La Formation du concept de réflexe au* XVII[e] *et* XVIII[e] *siècles* (1955), p. 5

⋆

On voit donc pourquoi le passé d'une science d'aujourd'hui ne se confond pas avec la même science dans son passé.

Georges Canguilhem, *Le rôle de l'épistémologie dans l'historiographie scientifique moderne* (1977), p. 15

La méthode de « récurrence épistémologique »

On voit toute la différence entre la récurrence, entendue comme juridiction critique sur l'antérieur d'un présent scientifique, assuré, précisément parce qu'il est scientifique, d'être dépassé ou rectifié, et l'application systématique et quasi-mécanique d'un modèle standard de théorie scientifique exerçant une sorte de fonction de police épistémologique sur les théories du passé [. . .] [lequel] consisterait à s'appuyer sur l'assurance, donnée par la philosophie analytique de la science, que la science est maintenant parvenue à sa maturité, que le modèle logique de la production de nouveaux résultats à venir restera ce qu'il est. En sorte que le travail de l'historien, muni d'un type achevé de théorie, consisterait à demander aux théories du passé les raisons de leur manque de maturité logique. Un modèle définitif actuel, rétroactivement appliqué comme pierre de touche universelle, n'est pas une projection sélective de lumière sur le passé, c'est une sorte de cécité pour l'histoire. En imaginant, par exemple, comment Copernic aurait pu surmonter certaines limitations de sa théorie s'il avait formalisé toutes ses assomptions, on confond possibilité logique et possibilité historique.

Georges Canguilhem, *Le rôle de l'épistémologie dans l'historiographie scientifique moderne* (1977), p. 21-22

Vuillemin et la reconstruction rationnelle

I continued to apply logical analysis, whose virtues I had just discovered, to the theologies of Aristotle and St. Anselm, to the constitution of the sensible world, from Russell and Whitehead to Carnap and Goodman. Making my way, however, a difference between me and the majority of Anglo-Saxon analysts emerged. There were those who, singlemindedly interested in chasing down grammatical errors in the talk of philosophers, forgot the existence of scientific languages. But even those who applied the method of "rational reconstruction" to these latter more often imposed on them principles of their own choice. I resisted this violence done to history, and trusted in the sciences such as they are, and not such as they should be. Moreover, it is presumptuous to neglect the philosophical tradition.

Jules Vuillemin, « Ma vie en bref »in G.G. Brittan (éd.), *Causality, Method, and Modality. Essays in Honor of Jules Vuillemin*, New York, Springer, 1990.

Granger : deux plans de la structure

Pour l'historien des sciences, la structure à mettre en lumière se présentera donc sur deux plans, qu'il ne saurait confondre, alors même qu'il leur arrive, pour un temps, de coïncider :

1. La structure cherchée de l'objet à connaître, dont les états successifs de construction montrent à l'historien une cohérence, quelque fois cachée, mais qui porte témoignage contre toute assimilation de la science à un jeu quasiment arbitraire de la pensée.
2. L'organisation opérante de la connaissance, qui fait l'unité des procédures d'une œuvre, bien qu'elle ne revête que dans des cas limites l'apparence d'une structure logique au sens strict.

Sur chacun de ces deux plans, une description synchronique et comparative est absolument nécessaire. Et le mouvement qu'elle fait apparaître sur chacun d'eux diffère.

Gilles-Gaston Granger, « Événement et structure en histoire des sciences », *Histoire et structure, à la mémoire de Victor Goldschmidt* (1985), p. 370

Le refus de l'incommensurabilité

Seul le plan des structurations successives de l'objet révèle, me semble-t-il un progrès indiscutable. Sur l'autre plan, les figures d'organisation successives présentent une variété, et peut-être une discontinuité, essentielle...

C'est sans doute faute de vouloir distinguer clairement ces deux régimes que l'on a pu paradoxalement proclamer l'impossibilité de traduire les concepts appartenant à un certain état d'une science dans ceux d'un autre état, chronologiquement distinct, et affirmer l'isolement des « paradigmes » qui les commandent.

Gilles-Gaston Granger, « Événement et structure en histoire des sciences », *Histoire et structure, à la mémoire de Victor Goldschmidt* (1985), p. 370

Vuillemin : réflexivité et structure

Le procédé de Gauss [pour définir les conditions de construction des polygones réguliers] nous donne le pourquoi de la solution et non seulement son comment. Elle dépend en effet non pas d'une intuition simplificatrice, mais des rapports de subordination entre les structures et, à ce titre, de l'ordre des choses plutôt que de l'art de la science. Aussi une fois trouvée, élimine-t-elle le génie en révélant au grand jour ses principes — même si tel n'a pas été le cas immédiatement chez Gauss —

Jules Vuillemin, *La philosophie de l'algèbre* (1962), p. 469.

⋆

Nulle, mieux [que la notion de structure], ne paraît susceptible d'éclairer les deux sortes de réflexion qu'on a reconnues propres au mathématicien, non plus que le profit que la critique philosophique en peut tirer.

Jules Vuillemin, *Leçon inaugurale au Collège de France* (1962), p. 21.

Conclusion

Comprendre, disait Cavaillès, à propos des méthodes de la mathématique, c'est attraper le geste, et pouvoir continuer. Parler de Cavaillès, c'est d'abord, ce devrait être surtout, réfléchir aux manières possibles de continuer après lui. Il s'agit bien sûr d'abord de l'histoire [...], mais il ne peut pas ne pas s'agir aussi, concernant un auteur qui n'a jamais cru possible de séparer ces deux types d'interrogation, de philosophie, de philosophie mathématique. Que peut-on maintenir des termes dans lesquels Cavaillès a philosophiquement pensé la mathématique, en particulier dans ses rapports avec l'histoire ?

Alain Michel, « Jean Cavaillès dans l'héritage de Léon Brunschvicg : la philosophie mathématique et les problèmes de l'histoire » (2020), p. 10.

⋆

[...] in the case of the theory of algebraic functions, as either mode of approach [algebraic or geometric] seems liable to provoke strong emotional reactions in mathematical minds, ranging from devout enthusiasm to unconditional rejection. However, this does not mean that the ideal should consist in a mixture or synthesis of the two attitudes in the writing of any one book : the only result of trying to obtain two interesting photographs of the same object on the same plate is a blurred and dull image.

Claude Chevalley, *Introduction to the theory of algebraic functions of one variable* (1951), p. v.