

# Journées de Probabilités 2024

lundi 10 juin 2024 - vendredi 14 juin 2024

Institut de mathématiques de Bordeaux

## Recueil des résumés



# Contents

Marches aléatoires maximales entropiques sur des graphes infinis et limites d'échelles. . . . .	1
Variations régulières cachées de certains processus ponctuels en cluster . . . . .	1
Pénalisations d'arbres de Galton-Watson marqués . . . . .	1
A STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION IN IMAGE PROCESSING . . . . .	2
Inégalité de Hanson Wright matricielle à queue large. . . . .	2
Convergence du maximum d'une suite de variables aléatoires i.i.d. dans un cas singulier	3
Approximation of reflected SDEs in non-smooth time-dependent domains and application to fully nonlinear PDEs with Neumann boundary condition on time-dependent domains . . . . .	3
Vitesses de convergence dans le théorème central limite pour des variables aléatoires dépendantes à valeurs dans des espaces de Banach . . . . .	3
Sharp spectral asymptotics for metastable diffusions trapped in a temperature-dependent domain . . . . .	4
Limite hydrodynamique d'un processus de branchement avec sélection . . . . .	4
Stein's method for randomized CLT . . . . .	4
The golf model on $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ and on $\mathbb{Z}$ . . . . .	5
Analytic pressure for products of matrices . . . . .	5
Principe de grandes déviations pour les excursions normalisées de processus de Lévy alpha-stables saut négatif . . . . .	6
Propriétés asymptotiques de l'estimateur du maximum de vraisemblance pour des modèles Markoviens cachés indexés par des arbres binaires. . . . .	6
La chaîne d'Ising avec champ extérieur aléatoire . . . . .	7
Sample correlation matrices in high-dimensional framework . . . . .	7
Indice B2 de DAGs et limites locales . . . . .	7
TCL quantitatifs pour réseaux neuronaux profonds . . . . .	8

Asymptotic decomposition of solutions to parabolic equations with a random microstructure. . . . .	8
IDLA avec multi-sources . . . . .	9
Autour des pavages aléatoires et des matrices aléatoires . . . . .	9
Comportement au premier ordre de la constante de temps dans un modèle continu non isotrope de percolation de premier passage . . . . .	9
Plus grand sous-graphe commun à deux hypergraphes . . . . .	10
Inégalité de Sobolev logarithmique pour les mesures de Cauchy généralisées . . . . .	10
Problème du temps de sortie pour des processus non-markoviens . . . . .	10
Measure estimation on a manifold explored by a symmetric diffusion process . . . . .	11
Temps locaux du mouvement brownien indexé par l'arbre brownien . . . . .	11
Probabilité que $n$ points soient en position convexe dans un polygone quelconque : Résultats asymptotiques . . . . .	12
Un réseau neuronal interactif avec inhibition : analyse théorique et simulation parfaite . . . . .	12
Caractère bien posé et propagation du chaos pour certaines équations de McKean-Vlasov à noyau d'interaction singulier . . . . .	12

1

## Marches aléatoires maximales entropiques sur des graphes infinis et limites d'échelles.

**Auteur:** Thibaut Duboux<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institut de Mathématiques de Bourgogne*

**Auteur correspondant** thibaut.duboux@u-bourgogne.fr

On cherche à maximiser l'entropie globalement sur un graphe donné c'est à dire sur toutes les trajectoires possibles. Lorsque le graphe est fini on peut montrer aisément qu'un tel processus est défini de manière unique : on l'appelle « la marche aléatoire maximale entropique ». Cependant, il est très difficile d'explicitier, même numériquement, les probabilités de transition ainsi que la mesure invariante de cette chaîne de Markov. En effet, ces quantités dépendent du spectre de la matrice d'adjacence  $A$  du graphe et plus précisément du rayon spectral  $\rho$  et du vecteur propre  $\psi$  associé à celui-ci. Il se trouve que le carré de ce vecteur n'est rien d'autre que la probabilité invariante  $\pi$  de la marche aléatoire à entropie maximale.

Dans cet exposé, on définira cette marche dans le cadre d'un graphe infini en donnant des critères d'existence et d'unicité. Sur ces derniers, on pourra naturellement effectuer des limites d'échelles de cette marche aléatoire et reconnaître des processus limites classiques. Le but est de mettre en lumière les propriétés de localisation et de diffusion de cette marche ainsi que de sa limite dans différents exemples de graphes.

2

## Variations régulières cachées de certains processus ponctuels en cluster

**Auteur:** Fabien Baeriswyl<sup>1</sup>

**Co-auteur:** Olivier Wintenberger<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Sorbonne Université, Université de Lausanne*

<sup>2</sup> *Sorbonne Université*

**Auteurs correspondants:** olivier.wintenberger@sorbonne-universite.fr, fabien.baeriswyl@sorbonne-universite.fr

Dans cet exposé, on s'intéresse aux variations régulières cachées de certains processus ponctuels (en cluster) de Poisson. Plus spécifiquement, pour  $T \geq 1$ , si  $\Pi_T = \sum_{i=1}^{N_0(T)} \delta_{T_i^T, X_i}$  dénote un processus ponctuel marqué de Poisson, avec instants d'arrivées  $(T_i^T)$  renormalisés et marques  $(X_i)$  indépendantes et distribuées selon une mesure  $\nu$  à variation régulière, on montre que, pour une certaine vitesse à variation régulière  $v(T)$  et une séquence  $a(T) \rightarrow \infty$ , pour tout  $k \geq 0$ ,

$$v(T)^{k+1} \mathbb{P}(a(T)^{-1} \Pi_T \in \cdot) \rightarrow \mu(\cdot) \text{ sur } \mathbb{M}(\mathcal{N} \setminus \mathcal{N}_k), \text{ quand } T \rightarrow \infty,$$

la convergence prenant place sur un espace de mesures ponctuelles avec exactement  $k+1$  points.

On déduit de la convergence précitée des résultats limites (sur l'espace de Skorokhod) de certaines fonctionnelles de ces processus, notamment les sommes partielles considérées sur une fenêtre de temps grandissante  $[0, T]$ . Ce travail est une collaboration avec Olivier Wintenberger.

3

## Pénalisations d'arbres de Galton-Watson marqués

**Auteur:** Pierre Debs<sup>1</sup>

**Co-auteurs:** Romain Abraham<sup>2</sup>; Sonia Boulal<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institut Denis Poisson - UMR 7013 - Université d'Orléans*

<sup>2</sup> *IDP*

**Auteurs correspondants:** sonia.boulal@univ-orleans.fr, romain.abraham@univ-orleans.fr, pierre.debs@univ-orleans.fr

Dans cet exposé, on s'intéresse à des arbres de Galton-Watson dont la particularité est que chaque nœud peut être marqué avec une probabilité dépendant de son nombre d'enfants, cela, indépendamment des autres nœuds.

Par la suite, à l'aide d'une méthode appelée pénalisation nous favorisons les arbres avec un grand nombre de marques.

Plus précisément, cette méthode permet d'obtenir des martingales qui sont dans notre cas des fonctions de  $M_n$ , le nombre de marques jusqu'à la génération  $n - 1$ .

Ces martingales étant positives et de moyenne 1, nous pouvons alors définir de nouvelles probabilités sous lesquelles nous étudions les lois des arbres marqués.

4

## A STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION IN IMAGE PROCESSING

**Auteur:** Fatma Zohra Nouri<sup>1</sup>

**Co-auteur:** Radhia Halilou<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire de Modélisation Mathématiques et Simulation Numérique, Université Badji Mokhtar-Annaba, Algérie*

**Auteurs correspondants:** radiahalilou@gmail.com, tassili.nan09@gmail.com

Recently, the use of stochastic differential equations (SDEs) in image restoration has significantly grown and evolved. Various models have been proposed to solve this problem, we can cite the work by Borkowski et al (2016), who identified the diffusion term to 1 and neglected the drift term.

In this work, we propose to find a good choice for the drift and diffusion terms in order to get promising results in image restoration. In 1990 Perona-Malik (PM) used an anisotropic partial differential equation by exploring two diffusion functions to better handle contours of objects in images. In this proposed model, we exploit these functions in a model proposed by Nouri et al (2021). More precisely, we try to fix the drift and diffusion terms according to PM-functions to improve previous SDEs results. We show that the obtained numerical results are very encouraging and competitive compare to other SDEs models.

5

## Inégalité de Hanson Wright matricielle à queue large.

**Auteur:** Cosme Louart<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *CUHK*

**Auteur correspondant** cosmelouart@gmail.com

Le théorème de Hanson-Wright est un ingrédient clé de la théorie des matrices aléatoires pour montrer la convergence des résolvants vers leur équivalent déterministe. Après avoir présenté la motivation, nous expliquerons comment le théorème classique de Hanson-Wright concernant les formes

quadratiques des vecteurs aléatoires sous-gaussiens peut être étendu à une forme matricielle sur les vecteurs aléatoires de distribution à grande queue. L'inégalité de Hanson-Wright est en fait un exemple simple d'opérations réalisées sur des inégalités de concentration, des résultats de concentration de la mesure sur des fonctionnelles plus élaborées seront présentés.

6

## Convergence du maximum d'une suite de variables aléatoires i.i.d. dans un cas singulier

**Auteur:** Pierre Vallois<sup>1</sup>

**Co-auteurs:** Jean-Sébastien Giet ; Sophie Mezieres<sup>1</sup>

<sup>1</sup> IECL, université de Lorraine

**Auteurs correspondants:** jean-sebastien.giet@univ-lorraine.fr, sophie.mezieres@univ-lorraine.fr, pierre.vallois@univ-lorraine.fr

On considère une suite  $(X_n)_{n \geq 1}$  de variables aléatoires réelles i.i.d. et vérifiant la loi des extrêmes. On s'intéresse aux propriétés asymptotiques du maximum  $Z_n$  de  $(Y_1, \dots, Y_n)$  où  $Y_k$  est la partie entière de  $X_k$ . Ce qui permet en particulier de préciser le cas où la distribution commune des  $X_k$  est la loi exponentielle, puisqu'il est connu que  $Z_n$  ne converge pas lorsque  $n$  tend vers l'infini.

7

## Approximation of reflected SDEs in non-smooth time-dependent domains and application to fully nonlinear PDEs with Neumann boundary condition on time-dependent domains

**Auteur:** Manal Jakani<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ENSAE Paris

**Auteur correspondant** manal.jakani@ensae.fr

We consider a class of reflected stochastic differential equations in non-smooth time-dependent domains with time sections that are increasing with time. We provide a strong approximation for this type of equations using a sequence of a standard type. As a consequence, we obtain an approximation scheme for the associated generalized backward stochastic differential equations in this markovian setting using standard backward stochastic differential equations. As a by-product, we get an approximation by a sequence of standard partial differential equations for the solution of a system of partial differential equations with nonlinear boundary conditions on time-dependent domains.

8

## Vitesses de convergence dans le théorème central limite pour des variables aléatoires dépendantes à valeurs dans des espaces de Banach

**Auteur:** Aurélie Bigot<sup>None</sup>

Nous fournissons une vitesse de convergence pour le théorème central limite en termes de coefficients projectifs pour des suites stationnaires et adaptées de variables aléatoires centrées à valeurs dans des espaces de Banach, admettant un moment fini d'ordre  $p \in ]2, 3]$  lorsque le théorème central limite s'applique à la suite des sommes partielles renormalisée par  $n^{-1/2}$ .

Ce résultat s'applique aux processus empiriques dans  $L^p(\mu)$ , pour  $p \geq 2$  et  $\mu$  mesure réelle  $\sigma$ -finie, en fournissant des conditions suffisantes en termes de mélange pour que le théorème central limite s'applique avec un taux  $O(n^{-(p-2)/2})$ . Dans le cadre réel, notre résultat conduit à de nouvelles conditions pour atteindre le taux de convergence classique en termes de distances de Wasserstein.

9

## Sharp spectral asymptotics for metastable diffusions trapped in a temperature-dependent domain

**Auteurs:** Noé Blassel<sup>1</sup>; Gabriel Stoltz<sup>None</sup>; Tony Lelièvre<sup>None</sup>

<sup>1</sup> *École des Ponts ParisTech*

**Auteurs correspondants:** gabriel.stoltz@enpc.fr, noe.blassel@enpc.fr, lelievre@cermics.enpc.fr

In this work, we revisit the problem of finding asymptotic estimates for the mean metastable exit time and spectral gap of a reversible diffusion absorbed at the boundary of a bounded domain, in the small noise limit, considering here the case in which the boundary of the domain varies with the asymptotic parameter. We derive sharp asymptotics for the eigenvalues of the generator, yielding a modified Eyring-Kramers formula, and giving insight into a state-optimization problem for the accelerated sampling of transition events between metastable states.

10

## Limite hydrodynamique d'un processus de branchement avec sélection

**Auteurs:** Briec Frénais<sup>1</sup>; Jean Bérard<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Université de Strasbourg*

**Auteurs correspondants:** jberard@unistra.fr, briec.frenais@math.unistra.fr

Les systèmes de particules sont des outils souvent utilisés pour modéliser des populations interagissant entre elles et/ou avec un environnement extérieur. Nous introduisons un modèle appelé  $N$ -BMP ( $N$ -processus de Markov branchant) dans lequel les particules ont des trajectoires indépendantes sur la droite réelle, et branchent (se répliquent) à taux constant. On choisit de plus de garder une population de taille constante au cours du temps en éliminant la particule la plus basse à chaque instant de branchement. Nous étudierons la limite hydrodynamique de ce processus, c'est-à-dire le comportement du processus obtenu quand le nombre  $N$  de particules tend vers l'infini.

Le cas où les particules ont des trajectoires browniennes a notamment été étudié depuis 2017, et mis en relation avec un problème à frontière libre associé à l'équation de la chaleur. On établira la limite hydrodynamique dans un cadre général en faisant intervenir une frontière analogue à celle qui apparaît dans le cas brownien, ainsi que la convergence de la position de la particule la plus basse vers cette frontière.

11

## Stein's method for randomized CLT

**Auteur:** Jordan Serres<sup>None</sup>

**Auteur correspondant** jordan.serres@ensae.fr

On the one hand, Stein's method is a set of tools developed from the seminal paper [1] to control the distance to the normal distribution. In particular, it has proved very effective in the case of sums of independent random variables, and hence convergence rates in CLT.

On the other hand, random CLTs and the existence of typical distributions are well-studied phenomena since the work of Sudakov [2]. They consist in the fact that under certain assumptions about the random vector  $X$ , the weighted sum  $\theta \cdot X$  concentrates towards the normal distribution, where the weight  $\theta$  is drawn uniformly at random in the  $(n-1)$  sphere.

In this talk, we'll see how Stein's method can be implemented in this context, and how it can recover some non-optimal rates. The question of whether Stein's method can recover the best results known from Fourier analysis remains open.

[1] STEIN, Charles. A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables. In : Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 2: Probability Theory. University of California Press, 1972. p. 583-603.

[2] SUDAKOV, Vladimir Nikolaevich. Typical distributions of linear functionals in finite-dimensional spaces of higher dimension. In : Doklady Akademii Nauk. Russian Academy of Sciences, 1978. p. 1402-1405.

12

## The golf model on $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ and on $\mathbb{Z}$

**Auteur:** Zoé Varin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Univ. Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, LaBRI, UMR 5800, F-33400 Talence, France

**Auteur correspondant** zoe.varin@u-bordeaux.fr

We introduce a particle model, that we call the *golf model*. Initially, on a graph  $G$ , balls and holes are placed at random on some distinct vertices. Balls then move one by one, doing a random walk on  $G$ , starting from their initial vertex and stopping at the first empty hole they encounter, filling it. On finite graphs, under reasonable assumptions (if there are more holes than balls, and if the Markov chain characterizing the random walks is irreducible) a final configuration is reached almost surely. We are mainly interested in  $\mathbf{H}^1$ , the set of remaining holes. We give the distribution of  $\mathbf{H}^1$  on  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ , and describe a phase transition on the largest distance between two consecutive holes when the number of remaining holes has order  $\sqrt{n}$ . We show that the model on  $\mathbb{Z}$  is well-defined when every vertex contains either a ball with probability  $d_b$ , a hole with probability  $d_h$ , or nothing, independently from the other vertices, as long as  $d_b \leq d_h$ , and we describe the law of  $\mathbf{H}^1$  in this case.

13

## Analytic pressure for products of matrices

**Auteur:** Arnaud Hautecoeur<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut de Mathématiques de Toulouse

**Auteur correspondant** arnaud.hautecoeur@math.univ-toulouse.fr

Following Landau's approach to phase transitions, they are related to the regularity of some pressure function. We will present some results in this perspective for models defined by products of matrices. For these models, we will explain how we establish the real-analyticity of the pressure function  $P$  under some irreducibility and contractivity assumptions. The proof is based on the fact that for any  $q \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $P(q)$  is the logarithm of the spectral radius of a bounded endomorphism  $\Gamma_q$ . We further demonstrate that  $(\Gamma_q)_q$  forms an analytic family of quasi-compact operators. Leveraging holomorphic functional calculus, we derive the analyticity of the pressure.

First, using Doob's relativisation procedure we construct Markov operators  $\Pi_q$ . Second, we show that for every  $q \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\Pi_q$  is quasi-compact, ensuring the quasi-compactness of  $\Gamma_q$ . Finally we prove that the map  $q \mapsto \Gamma_q$  is analytic.

The key unlocking the proof of quasi-compactness lies in a Doeblin-Fortet inequality. The proof of this inequality is inspired by a new approach developed for quantum trajectories in [1]. It is based on the study of a Radon-Nykodim derivative. This new method, leads us to extend some results by Guivarc'h and Le Page in [2]. In particular we do not require that our matrices are invertible or strongly irreducible.

[1] T. Benoist, A. Hautecoeur, C. Pellegrini, « Quantum Trajectories, Spectral Gap, Quasi-compactness & Limit Theorems », <https://arxiv.org/pdf/2402.03879.pdf>

[2] Y. Guivarc'h, E. Le Page, « Spectral gap properties for linear random walks and Pareto's asymptotics for affine stochastic recursions », Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist. (2016)

14

## Principe de grandes déviations pour les excursions normalisées de processus de Lévy $\alpha$ -stables saut négatif

**Auteur:** Léo Dort<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

**Auteur correspondant** leo.dort@insa-lyon.fr

Dans cet exposé, je présenterai un principe de grandes déviations obtenu pour les excursions normalisées de processus de Lévy  $\alpha$ -stables saut négatif. Ce résultat de grandes déviations, que nous obtenons pour la topologie non usuelle  $M_1$  de Skorokhod, nous permet de déterminer des équivalents exacts pour les queues de distribution logarithmique asymptotique de certaines fonctionnelles de l'excursion stable telles que l'aire sous l'excursion et le supremum.

Cet exposé est basé sur un travail effectué en collaboration avec Christina Goldschmidt (Université d'Oxford) et Grégory Miermont (ÉNS de Lyon) (arXiv:2310.14833).

15

## Propriétés asymptotiques de l'estimateur du maximum de vraisemblance pour des modèles Markoviens cachés indexés par des arbres binaires.

**Auteur:** Julien Weibel<sup>1</sup>

<sup>1</sup> IDP - Orléans et CERMICS - ENPC

**Auteur correspondant** julien.weibel@univ-orleans.fr

Dans cet exposé, nous définissons les modèles Markoviens cachés indexés par des arbres binaires, et considérons le cas où ces processus sont caractérisés par un paramètre. Nous étudions l'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) de ce paramètre défini uniquement à partir des variables observées. Nous montrons que l'EMV est fortement consistant et qu'il a des fluctuations asymptotiques

distribuées comme une loi Gaussienne dont la matrice de covariance est la matrice d'information de Fisher.

16

## La chaîne d'Ising avec champ extérieur aléatoire

**Auteurs:** Giambattista Giacomin<sup>1</sup>; Orphée Collin<sup>1</sup>; Yueyun Hu<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LPSM, Université Paris Cité

<sup>2</sup> LAGA, Université Paris 13

**Auteurs correspondants:** yueyun@math.univ-paris13.fr, collin@lpsm.paris, giacomin@lpsm.paris

Le modèle d'Ising est un modèle classique de physique statistique, décrivant des configurations de moments ferromagnétiques sur un réseau interagissant via une interaction site à site. Lorsque le réseau est unidimensionnel et dans le cas d'interactions au plus proche voisin homogènes, le modèle est exactement soluble (et simple).

Néanmoins, une version désordonnée du modèle d'Ising unidimensionnel, dans laquelle la chaîne interagit avec un environnement i.i.d., est d'analyse bien plus ardue. En particulier, ce modèle désordonné de chaîne d'Ising présente une pseudo-transition de phase lorsque l'intensité  $\Gamma$  de l'interaction interne de la chaîne tend vers l'infini. Une description des configurations typiques pour  $\Gamma$  grand apparaît dans la littérature physique.

Le présent exposé sera basé sur l'article arXiv:2401.03927, où nous démontrons, en accord avec la description des physiciens, que, pour  $\Gamma$  grand, les configurations typiques de la chaîne d'Ising avec champ extérieur aléatoire sont proches de la configuration déterminée par les  $\Gamma$ -extremums associés à l'environnement.

Nous présenterons le modèle de chaîne d'Ising désordonnée, nous énoncerons le résultat, et nous donnerons à voir des éléments de la preuve.

17

## Sample correlation matrices in high-dimensional framework

**Auteur:** Marguerite Zani<sup>1</sup>

**Co-auteurs:** Didier Chauveau<sup>1</sup>; Maxime Boucher<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université d'Orléans

<sup>2</sup> Université Libre de Bruxelles

**Auteurs correspondants:** didier.chauveau@univ-orleans.fr, marguerite.zani@univ-orleans.fr, maxime.boucher@ulb.be

We study the  $\tau$ -coherence of a  $(n \times p)$ -observation matrix in a Gaussian framework where both  $n$  and  $p$  are large and  $p \gg n$ .

The  $\tau$ -coherence is defined as the largest magnitude, outside a band of size  $\tau = \tau(n)$ , of the empirical correlation coefficients associated to the observations.

Using the Chen-Stein method we show the convergence of the normalized coherence towards a Gumbel distribution. We broaden previous results by considering a 3-regime band structure for the off diagonal covariance matrix. We introduce an hypothesis test for the covariance structure where we study the behaviour under some identifiable alternative.

18

## Indice B2 de DAGs et limites locales

**Auteurs:** François Bienvenu<sup>1</sup>; Jean-Jil Duchamps<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire de mathématiques de Besançon*

<sup>2</sup> *Université de Franche-Comté, Besançon, France*

**Auteurs correspondants:** francois.bienvenu@univ-fcomte.fr, jean-jil.duchamps@univ-fcomte.fr

Les indices d'équilibre ("*balance indices*") sont une classe de statistiques très utilisées par les biologistes pour étudier les arbres phylogénétiques. Néanmoins, la plupart de ces indices n'ont pas d'équivalent pour les réseaux phylogénétiques, dont l'utilisation est de plus en plus courante en biologie. Une exception notable est l'indice B2, dont la définition en tant qu'entropie de Shannon de la distribution induite par une marche aléatoire s'applique aussi bien aux arbres qu'aux graphes dirigés acycliques. Néanmoins, à ce jour, la distribution de cet indice n'a pas été étudiée pour des modèles de réseaux phylogénétiques aléatoires.

Dans ce travail, nous nous intéressons à l'indice B2 d'un modèle important de réseau phylogénétique aléatoire : les *galled trees* uniformes. Nous développons pour cela une approche par limite locale applicable à une large classe de réseaux phylogénétiques pouvant s'obtenir à partir d'arbres de Bienaymé-Galton-Watson.

19

## TCL quantitatifs pour réseaux neuronaux profonds

**Auteur:** Ivan Nourdin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *University of Luxembourg*

**Auteur correspondant** inourdin@gmail.com

Dans cet exposé, nous étudierons le comportement asymptotique au deuxième ordre (TCL) des réseaux neuronaux entièrement connectés avec poids et biais gaussiens et dont la taille des couches cachées tend vers l'infini.

Basé sur un travail commun récent avec S. Favaro, B. Hanin, D. Marinucci et G. Peccati.

21

## Asymptotic decomposition of solutions to parabolic equations with a random microstructure.

**Auteurs:** Alexandre Popier<sup>1</sup>; Andrey Piatnitskiy<sup>2</sup>; Marina KLEPTSZYNA<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Le Mans Université*

<sup>2</sup> *Arctic University of Norway*

<sup>3</sup> *Université du Maine*

**Auteurs correspondants:** marina.kleptsyna@univ-lemans.fr, andrey.piatnitski@uit.no, alexandre.popier@univ-lemans.fr

We consider a Cauchy problem for a divergence form second order parabolic operator with rapidly oscillating coefficients that are periodic in spatial variables and random stationary ergodic in time. It is known that in this case the homogenized operator is deterministic.

We obtain the leading terms of the asymptotic expansion of the solution, these terms being deterministic functions, and show that a properly renormalized difference between the solution and the said leading terms converges to a solution of some SPDE.

22

## IDLA avec multi-sources

**Auteur:** Keenan Penner<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *LMPA Joseph Liouville*

**Auteur correspondant** keenan.penner@univ-littoral.fr

Le modèle d'agrégation limitée par diffusion interne (IDLA) est un modèle de croissance aléatoire sur  $\mathbb{Z}^d$ . Ce dernier consiste en une famille d'agrégats aléatoires qui sont définis de façon récursive comme suit: à l'étape 0, l'agrégat n'est constitué que de l'origine. A l'étape  $n$ , on lance une marche aléatoire simple et symétrique depuis l'origine, que l'on arrête dès que celle-ci sort de l'agrégat (de l'étape  $n - 1$ ). On rajoute alors le dernier site visité à l'agrégat pour obtenir l'agrégat à l'étape  $n$ . Plusieurs résultats ont déjà été établis sur l'agrégat IDLA, notamment un 'shape theorem' dû à Lawler, Bramson et Griffeath en 1992. Derrière l'agrégat IDLA se cache un arbre aléatoire enraciné en 0, qui est difficile à étudier en particulier à cause de son aspect radial. Une forêt aléatoire a été proposée en dimension 2 pour l'approcher mais la construction d'un tel objet est spécifique à cette dimension. Dans cet exposé, nous établissons en dimension quelconque des résultats d'invariance en loi, de stabilisation ainsi qu'un "shape theorem" sur des agrégats basés sur un nombre infini de sources. De telles propriétés devraient être utiles pour construire une forêt aléatoire, en toute dimension, en vue d'approcher l'arbre IDLA.

23

## Autour des pavages aléatoires et des matrices aléatoires

**Auteur correspondant** aguionne@ens-lyon.fr

Analyser le comportement asymptotique des valeurs propres de matrices aléatoires de grande taille est une question ancienne qui remonte aux travaux de Wishart. C'est une question complexe car, même quand les coefficients des matrices ont une distribution simple, par exemple sont choisis indépendamment, les valeurs propres sont fortement corrélées. De même, comprendre le comportement asymptotique d'un pavage choisi aléatoirement est une question subtile car les positions des pavés sont fortement contraintes. Néanmoins nous pouvons décrire aujourd'hui dans de nombreux cas la convergence, les fluctuations et les grandes déviations de ces objets. L'approche dont nous voudrions discuter au cours de cet exposé est basée sur l'analyse de systèmes d'équations infinies appelés équations de Dyson-Schwinger et de Nekrasov. En application, je décrirai les comportements asymptotiques de polynômes bien connus comme les polynômes de Schur ou de Mac Donald.

24

## Comportement au premier ordre de la constante de temps dans un modèle continu non isotrope de percolation de premier passage

**Auteurs:** Anne-Laure Basdevant<sup>1</sup>; Jean-Baptiste Gouéré<sup>2</sup>; Marie Thérêt<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *LPSM, Sorbonne Université*

<sup>2</sup> *IDP, Université de Tours*

<sup>3</sup> *Modal'X, Université Paris Nanterre*

**Auteur correspondant** marie.theret@parisnanterre.fr

Le modèle de percolation de premier passage, introduit sur des graphes dans les années 50 par Hamersley et Welsh, est un modèle-jouet pour étudier des phénomènes de propagation. On peut en

définir une version continue élémentaire à l'aide d'un processus ponctuel de Poisson homogène  $\chi$  sur  $\mathbb{R}^d$  de la façon suivante. Etant donnée une norme  $N$  sur  $\mathbb{R}^d$  (par exemple, la norme  $p$  pour  $p \in [1, +\infty]$ ), on considère le modèle Booléen  $\Sigma$  défini comme la réunion des boules de rayon 1 (pour  $N$ ) centrées en les points de  $\chi$ . On considère que la propagation a lieu à vitesse 1 en dehors de  $\Sigma$  (pour la norme  $N$ ) et à vitesse infinie dans  $\Sigma$ . Il en découle une pseudo-métrie aléatoire  $T$ , qui quantifie le temps nécessaire pour observer la propagation entre deux points de l'espace. Par sous-additivité, il est connu que  $T(0, nx) \sim n\mu(x)$  pour  $n$  grand, où  $\mu(x)$  est appelée constante de temps. Il est notoirement difficile d'étudier la dépendance de  $\mu(x)$  en les paramètres du modèle. Dans ce travail, en collaboration avec Anne-Laure Basdevant (LPSM, Sorbonne Université) et Jean-Baptiste Gouéré (IDP, Université de Tours), nous étudions le comportement au premier ordre de  $\mu(x)$  quand l'intensité du processus sous-jacent  $\chi$  tend vers 0, et tentons de comprendre comment il dépend à la fois de la norme  $N$  et de la direction de  $x$ .

25

## Plus grand sous-graphe commun à deux hypergraphes

**Auteur:** Théo Lenoir<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *CMAP CNRS, École polytechnique, Institut Polytechnique de Paris*

**Auteur correspondant** theo.lenoir@polytechnique.edu

La question du plus grand sous-graphe induit commun à deux graphes est une question très naturelle pour les graphes d'Erdos-Renyi. En effet, deux graphes aléatoires dénombrables d'Erdos-Renyi sont presque sûrement isomorphes, mais deux graphes aléatoires fini d'Erdo-Renyi sont distincts avec grande probabilité. Récemment, Chatterjee et Diaconis ont montré que le plus grand sous-graphe induit de deux sous-graphes uniformes de taille  $N$  avait une taille logarithmique en  $N$ , et que sa taille maximale était concentrée sur une ou deux valeurs selon  $N$ . Ce résultat a été étendu par Surya, Warnke et Zhu pour des graphes d'Erdo-Renyi de paramètres différents de  $1/2$ . On présentera comment les techniques utilisées peuvent être étendues à la question de sous-graphes d'hypergraphes aléatoires de tailles différentes.

26

## Inégalité de Sobolev logarithmique pour les mesures de Cauchy généralisées

**Auteur:** Baptiste Huguet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *ENS Rennes*

**Auteur correspondant** baptiste.huguet@math.cnrs.fr

Les mesures de Cauchy généralisées sont les exemples les plus simples de mesures non log-concaves. Elles ne satisfont pas les inégalités fonctionnelles classiques mais seulement des versions plus faibles, à poids. Dans cet exposé, je montrerai comment obtenir le poids optimal et une constante explicite, voire optimale, en utilisant des arguments de type courbure-dimension.

27

## Problème du temps de sortie pour des processus non-markoviens

**Auteur:** Ashot Aleksian<sup>None</sup>

**Auteur correspondant** ashot.aleksian@tse-fr.eu

Dans cet exposé, nous discuterons d'abord du problème du temps de sortie : sa formulation et les résultats existants dans le cas de la diffusion Itô (connue sous le nom de théorie de Freidlin-Wentzell). Ensuite, la diffusion auto-interagissante (self-interacting diffusion, SID) sera présentée. Ce processus interagit de manière trajectorielle avec son propre chemin. Les résultats de temps de sortie dans ce cas non-markovien, obtenus en collaboration avec Pierre Del Moral, Aline Kurtzmann et Julian Tugaut, seront présentés.

28

## Measure estimation on a manifold explored by a symmetric diffusion process

**Auteurs:** Dinh-Toan Nguyen<sup>None</sup>; Hélène Gu erin<sup>1</sup>; Viet-Chi Tran<sup>2</sup>; Vincent Divo<sup>3</sup>

<sup>1</sup> University of Quebec in Montreal

<sup>2</sup> Université Gustave-Eiffel

<sup>3</sup> Université PSL

**Auteur correspondant** dinhtoan.nguyenvn@gmail.com

We explore a compact connected manifold  $\mathcal{M}$  with a diffusion  $(X_t)_{t \geq 0}$  admitting a stationary measure  $\mu$ . Such a process can be obtained as the limit of random walks visiting large sample of points drawn i.i.d. from  $\mu$ . From the observation of a sample path of the diffusion between times 0 and  $T$ , we can approximate the unknown probability measure  $\mu$  by the occupation measure of  $(X_t)_{t \in [0, T]}$ . Smoothing this measure by convolution with a kernel improves the convergence rates, in Wasserstein distance, that were established by Wang and Zhu (2023).

More precisely, we give theorems for the convergence speed in Wasserstein distance for the invariant density estimator  $p_{T, h}$

$p_{T, h}(y) := \frac{1}{T} \int_0^T K_h(X_t, y) dt$ , with  $K_h(x, y) := \eta_h(x)^{-1} K\left(\frac{\rho(x, y)}{h}\right)$  and  $\eta_h(x) = \int_{\mathcal{M}} K\left(\frac{d(x, y)}{h}\right) dy$ , where  $K : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$  is a kernel function.

We also discuss the dependence of the convergence speed on the order of  $K$  and the regularity of  $p$  and  $\mathcal{M}$ .

### References

Wang and Zhu (2023): Limit theorems in Wasserstein distance for empirical measures of diffusion processes on Riemannian manifolds, Ann. Inst. Henri Poincaré, Probab. Stat. 59, 1 (2023), 437–475.

29

## Temps locaux du mouvement brownien indexé par l'arbre brownien

**Auteur correspondant** jean-francois.le-gall@universite-paris-saclay.fr

Le mouvement brownien indexé par l'arbre brownien apparaît dans les asymptotiques de nombreux modèles de combinatoire ou de physique statistique, et est aussi étroitement lié au super-mouvement brownien. Nous considérons le processus des temps locaux du mouvement brownien indexé par l'arbre brownien et nous montrons que, bien que ce processus ne soit pas markovien, le couple formé par le temps local et sa d riv e est un processus de Markov. Dans un travail en collaboration avec Ed Perkins,

nous montrons aussi que ce couple satisfait une équation différentielle stochastique dont le drift fait intervenir la fonction d'Airy. C'est un analogue des théorèmes de Ray-Knight classiques pour les temps locaux browniens.

30

## Probabilité que $n$ points soient en position convexe dans un polygone quelconque : Résultats asymptotiques

**Auteur correspondant** ludovic.morin@u-bordeaux.fr

The study of the probability that  $n$  points drawn uniformly and independently in a convex domain of area 1 (in the plane) are in convex position, meaning, they form the vertex set of a convex polygon, is quite an age-old question. The matter was risen at the end of the 19th century with Sylvester's conjecture for  $n = 4$  points, solved by Blaschke in 1917. Since then, general results for  $n$  points came one after the other in the square, the triangle or the disk, as well as other asymptotic results. In this talk I will give an equivalent of the probability  $\mathbb{P}_n$  that  $n$  points are in convex position in a regular convex polygon to deduce an analogous result for any convex polygon; so far, the most precise formula was due to Bárány and identified the limit  $n^2(\mathbb{P}_n)^{1/n}$  (though Bárány's formula holds for general convex domains).

Bárány also proved that a convex  $n$ -gon drawn uniformly in a fixed convex domain  $K$  converges to a deterministic domain. Still working in the case where  $K$  is a polygon, we present second order results for the fluctuations of the  $n$ -gon around this domain.

31

## Un réseau neuronal interactif avec inhibition : analyse théorique et simulation parfaite

**Auteur correspondant** branda.goncalves@outlook.fr

Le fonctionnement d'un réseau de neurones repose sur le fait que les neurones s'envoient des décharges les uns aux autres, plus précisément, les neurones présynaptiques envoient des décharges à leurs partenaires postsynaptiques. J'étudie ici un modèle de réseau de neurones purement inhibiteur où les neurones sont représentés par leur état d'inhibition. Dans une première partie, je donnerai une condition locale de Doeblin qui implique l'existence d'une mesure de probabilité invariante pour le processus. Ensuite, j'étends le modèle au cas où les neurones sont indexés par  $\mathbb{Z}$  et construis un algorithme de simulation parfaite pour montrer la récurrence du processus sous certaines conditions.

L'étude que je présente ici est partiellement basée sur les travaux:

- 1- Marie Cottrell. Mathematical analysis of a neural network with inhibitory coupling. *Stochastic Processes Appl.*, 40(1):103–126, 1992.
- 2- Christine Fricker, Philippe Robert, Ellen Saada, and Danielle Tibi. Analysis of a network model. In *Cellular Automata and Cooperative Systems*, pages 159–172. Springer, 1993.
- 3- Goncalves B, Huillet T, Löcherbach E. On decay-surge population models. *Advances in Applied Probability*. 2023;55(2):444-472. doi:10.1017/apr.2022.30

32

## Caractère bien posé et propagation du chaos pour certaines équations de McKean-Vlasov à noyau d'interaction singulier

**Auteur correspondant** stephane.menozzi@univ-evry.fr

Nous présenterons quelques résultats récents concernant le caractère faiblement et fortement bien posé d'EDS non linéaires de McKean-Vlasov dirigées par un bruit additif stable et noyau d'interaction singulier de type convolution.

Nous caractériserons en particulier comment peut-être choisie la singularité du noyau en fonction de l'effet régularisant du bruit et de la régularité de la condition initiale.

En lien avec certains modèles concrets, nous présenterons également des résultats de vitesse de convergence (en un sens fort et faible) pour un système de particules associé en se concentrant sur le cas cinétique.