Graphes en rubans orientés, décomposition acyclique et opérateurs de “Cut-and-Join”.

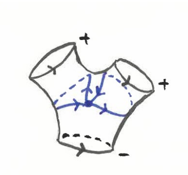
Simon BARAZER

Laboratoire de Mathématiques d’Orsay
IHES

4 march 2024

Graphes en rubans orientés et volumes de espaces de modules

- Graphe en rubans avec une métrique sur les arrêtes.
- Orientation cohérente des arrêtes.
- Orientation des bords $\{+,-\}$.
- $V_{g,n^+,n^-}(L^+|L^-)$ volumes de l'espace des modules des graphes en rubans orientés, on fixe L^+, L^- longueurs des bords.

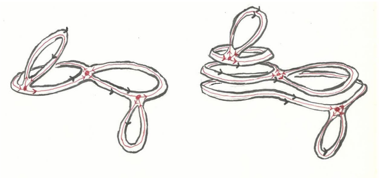


Décomposition acyclique

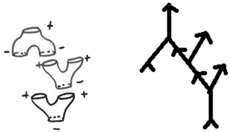
- Il existe une seule "bonne" façon d'extraire un sommet,
- On obtient une décomposition canonique du graphe en graphes à un sommet .

Conséquence :

- On peut calculer V_{g,n^+,n^-} par récurrence.



Une décomposition acyclique.



Structure des recollements.

Opérateurs de “Cut-and-Join”

$$(K_{g,n^+,n^-} \cdot f)(L^+) = \prod_i L_i^+ \int_{L^-} \frac{V_{g,n^+,n^-}(L^+|L^-) f(L^-) dL^-}{n^-!}$$

On peut construire

$$K(q) = \exp_{\sqcup}\Big(\sum_{g,n^+,n^-} q^{2g-2+n^++n^-} K_{g,n^+,n^-} \Big)$$

Cet opérateur agit sur $\mathbb{Q}[[t_0, t_1, \ldots]]$, satisfait l'équation de “Cut-and-Join”

$$\frac{dK}{dq}(q) = PK(q) \qquad P = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (i+1)(j+1) t_{i+1} t_{j+1} \partial_{i+j} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} (i+j+2) t_{i+j+2} \partial_i \partial_j$$

Ces résultats se généralisent au cas des graphes avec des sommets de degré supérieur.