

Alain Connes

Membre de l'Académie des Sciences & de l'IHES

Topos et Géométrie Non Commutative : Deux Regards sur l'Espace et les Nombres

27 Février 2025 à 16h30
Amphithéâtre Hermite

La géométrie non commutative et la notion de topos sont deux concepts mathématiques qui offrent des perspectives complémentaires sur la structure d'un espace. Dans cet exposé, je commencerai par présenter, de manière accessible, ces deux notions et leur spécificité.

L'originalité de la géométrie non commutative est la présence d'un temps intrinsèque à un espace non commutatif. La structure métrique d'un tel espace est incarnée par sa représentation en termes d'opérateurs agissant sur un espace de Hilbert. Cette même structure permet d'entrer en résonance avec la réalité physique, notamment dans la description de la structure de l'espace-temps à l'échelle de l'infiniment petit, telle que la physique contemporaine la prescrit à travers le modèle standard.

Du côté des topos, l'originalité réside dans la logique intuitionniste qui leur est naturellement associée. La donnée supplémentaire d'un faisceau d'algèbres, permet d'aller au-delà de la topologie et d'offrir une perception géométrique fondée sur les relations internes à l'espace.

Dans la seconde partie de l'exposé, j'expliquerai comment le spectre de l'anneau des entiers peut être appréhendé à travers ces deux prismes géométriques. Le lien entre ces deux approches repose sur une extension de la théorie du corps de classes, qui éclaire l'analogie établie par Mumford et Mazur entre les noeuds et les nombres premiers. La perception spectrale de l'anneau des entiers émerge naturellement de l'étude des zéros de la fonction zêta de Riemann, révélant ainsi des structures profondes à la frontière entre arithmétique, topologie et géométrie.



Institut
Henri
Poincaré

