



## Journée du projet inter-laboratoires ICJ/LMBP 2023 Mardi 26 septembre 2023, à Lyon

Trois exposés par des membres de l'équipe de théorie des nombres du Laboratoire de Mathématiques Blaise Pascal de l'université Clermont Auvergne.

10h – 11h

### *Nouveaux cas du théorème de Brauer–Siegel généralisé* par RICHARD GRIFFON

Étant donnée une suite infinie  $S$  de corps de nombres, on s'intéresse à décrire le comportement asymptotique lorsque  $K$  parcourt  $S$ , du produit du nombre de classes de  $K$  par son régulateur des unités, en termes du discriminant de  $K$ . Le théorème de Brauer–Siegel (1ère moitié du XXème siècle) répond à cette question lorsque les corps de nombres dans la suite  $S$  sont de degré borné. Dans les années 2000, Tsfasman et Vlăduț ont formulé une réponse conjecturale à cette question pour des suites  $S$  (presque) arbitraires : leur conjecture, que l'on appellera GBS, fournirait une vaste généralisation du théorème de Brauer–Siegel. On sait que GBS suivrait de l'hypothèse de Riemann généralisée. Par ailleurs, GBS est connue inconditionnellement pour certaines suites de corps de nombres : par exemple, Lebacque et Zykina l'ont prouvée pour des familles asymptotiquement exactes de corps de nombres galoisiens par pas sur  $\mathbf{Q}$ . Dans cet exposé, je parlerai d'un travail avec Philippe Lebacque et Gaël Rémond dans lequel nous démontrons GBS pour de nouvelles familles de corps de nombres. J'expliquerai les grandes idées de notre preuve et, si le temps le permet, je donnerai quelques exemples concrets de familles pour lesquelles GBS est maintenant connue.

11h15 – 12h15

### *Modules singuliers et $S$ -unités* par FRANCESCO CAMPAGNA

En 1985 Gross et Zagier ont démontré une formule qui donne, sous des hypothèses appropriées, la factorisation de la norme des  $j$ -invariants des courbes elliptiques avec multiplication complexe. Bien que très explicite, cette formule ne semble pas suffisante pour répondre à la question très naturelle suivante : combien de  $j$ -invariants CM sont des unités algébriques ? Dans cet exposé je discuterai de l'histoire de ce problème et de sa généralisation aux  $S$ -unités pour des ensembles pas nécessairement finis  $S$  de premiers rationnels.

14h15 – 15h15

### *Approximation diophantienne sur les sphères* par ÉRIC GAUDRON

Le théorème d'approximation de Dirichlet sur une sphère consiste à approcher un vecteur de norme (euclidienne) 1 par un vecteur à coordonnées rationnelles également de norme 1. On présentera un énoncé de ce type, qui améliore des résultats antérieurs de Kleinbock et Merrill (2015) et Moshchevitin (2017). On évoquera aussi une généralisation possible dans le cadre des espaces adéliques rigides sur une extension algébrique de  $\mathbf{Q}$ .