

# Statistiques et machine learning pour la prédiction de sorties complexes appliqués à la sûreté nucléaire

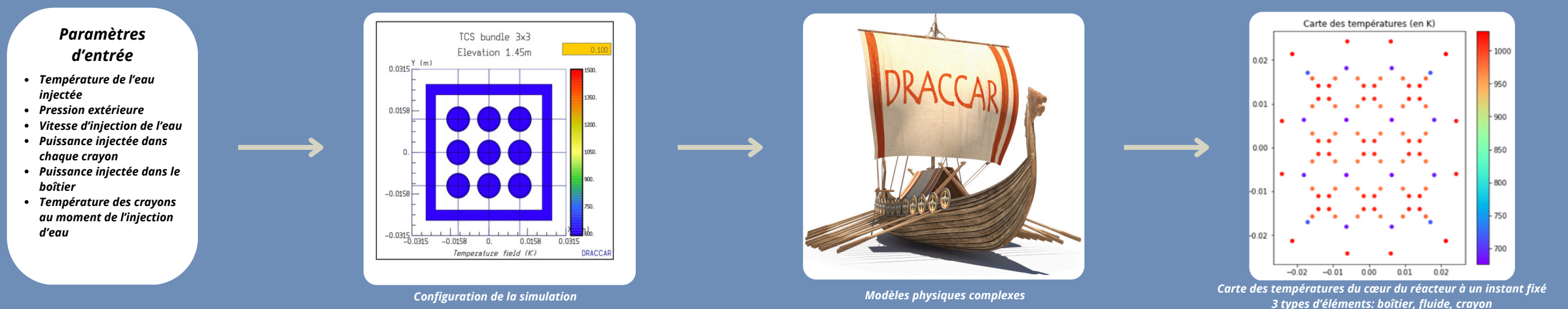
F. Gossard<sup>1</sup>, J. Baccou<sup>2</sup>, F. Bachoc<sup>1</sup>, T. Le Gouic<sup>3</sup>, J. Liandrat<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT)  
<sup>2</sup>Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN), PSN-RES/SEMIA/LSMA  
<sup>3</sup>Institut de Mathématiques de Marseille (I2M) et Ecole Centrale de Marseille

## Contexte

- Simulation numérique d'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP) dans un Réacteur à Eau Pressurisée
- Etude du phénomène de renoyage du coeur à l'aide du code de calcul DRACCAR développé par l'IRSN

**DRACCAR**: Déformation et Renoyage d'un Assemblage de Crayons Combustibles pendant un Accident de Refroidissement

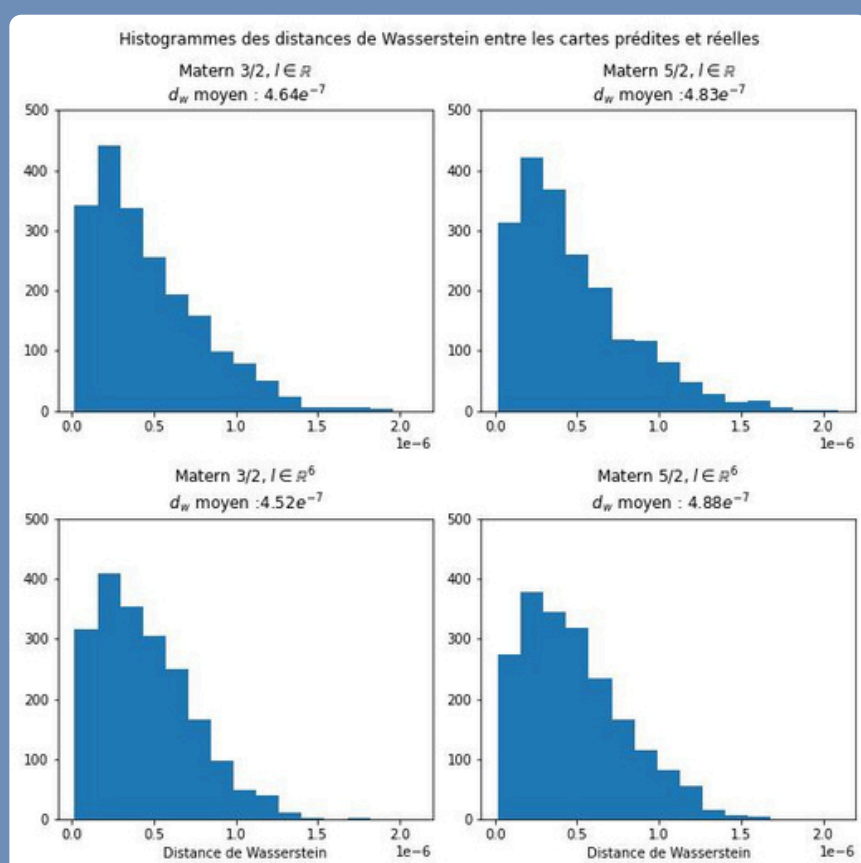


## Problématique et objectifs

- Logiciel DRACCAR très coûteux en temps de calcul (1 mois pour simuler le comportement de 300 crayons combustibles ce qui implique un nombre de simulations limité pour des analyses fines)
- Construire un modèle d'approximation (métamodèle) rapide à évaluer pour des données multidimensionnelles ou fonctionnelles afin de prédire avec précision la sortie d'intérêt de DRACCAR à partir d'un nombre réduit de simulations (<100)

## Premier métamodèle: un métamodèle pour chaque point de discrétisation de la carte des températures

### Processus Gaussiens [1]



### Fonctions de covariance

Matern 3/2  
 $k(x, x') = \alpha(1 + \sqrt{3}r) \exp(-\sqrt{3}r)$

Matern 5/2  
 $k(x, x') = \alpha(1 + \sqrt{5}r + \frac{5}{3}r^2) \exp(-\sqrt{5}r)$

Pour:

$$r = \frac{\|x - x'\|_2}{l}$$

Ou

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \frac{|x_i - x'_i|^2}{l_i}}$$

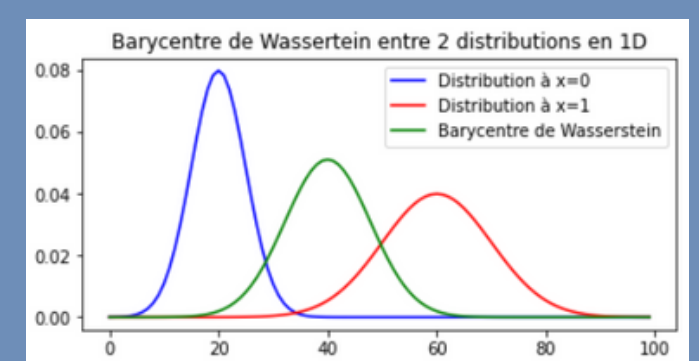
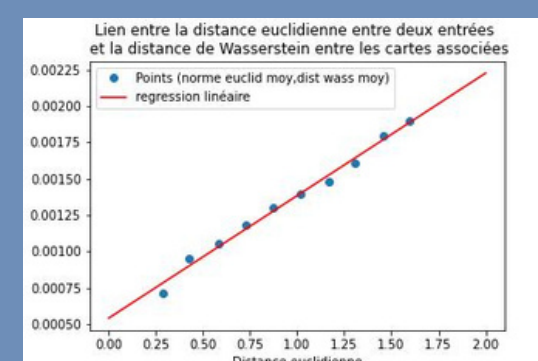
## Second métamodèle: on normalise les cartes de température pour les voir comme des mesure de probabilité en 2D

### Barycentre de Wasserstein [2]

On cherche à exploiter le lien entre norme euclidienne dans l'espace des paramètres et distance de Wasserstein entre cartes

L'estimateur est le barycentre de Wasserstein pondéré des observations

$$\hat{\mu}(x) = \operatorname{argmin}_{\mu \in \mathcal{P}(\mathbb{R}^2)} \sum_i W_i(x) d_W^2(\mu, \mu_i)$$



## Perspectives

- Optimiser le choix des poids pour les barycentres de Wasserstein  
Actuellement, poids de la forme:  $W_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^p}{\sigma^p}\right)$  avec  $\sigma$  et  $p$  choisis par validation croisée

- Choisir des poids interpolants de la forme:

$$W_i(x) = \frac{\frac{1}{\|x - x_i\|^p}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{\|x - x_j\|^p}} = \frac{\prod_{j \neq i} \|x - x_j\|^p}{\sum_j \prod_{k \neq j} \|x - x_k\|^p}$$

- Utiliser les poids issus du krigeage

Krigeage dans  $\mathbb{R}$

Krigeage de distributions

$$\hat{W}(z) = \operatorname{argmin}_{W_1, \dots, W_n} \mathbb{E} \left[ \left( Y(z) - \sum_{i=1}^n W_i z_i \right)^2 \right]$$

$$\hat{W}(\mu) = \operatorname{argmin}_{W_1, \dots, W_n} \mathbb{E} [d_W^2(\hat{\mu}, \mu)]$$

- Prise en compte des incertitudes sur les paramètres de certains modèles physiques implémentés dans DRACCAR



[1] Williams, C. K., & Rasmussen, C. E. (2006). Gaussian processes for machine learning (Vol. 2, No. 3, p. 4). Cambridge, MA: MIT press.

[2] Agueh, M., & Carlier, G. (2011). Barycenters in the Wasserstein space. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 43(2), 904-924.

[3] Chewi, S., Clancy, J., Le Gouic, T., Rigollet, P., Stepaniants, G., & Stromme, A. (2021, March). Fast and smooth interpolation on Wasserstein space. In International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (pp. 3061-3069). PMLR.